Le projet de physique auprès d'un collisionneur électron-positron d'énergie allant du Z au TeV

Pour une étude détaillée de la brisure électrofaible

H. VIDEAU

Cours rédigé par F. Beaudette, M. Ridel, E. Tournefier et H. Videau

Introduction

Alors que la construction du Large Hadron Collider (LHC), collisionneur proton-proton, s'achève au CERN, le besoin d'un nouveau collisionneur électronpositron en activité en même temps que le LHC et d'énergie allant du Z au TeV s'affirme de plus en plus. Lorsque l'on fait la liste des particules que l'on sait produire en grande quantité et accélérer, seuls les protons et les électrons, ainsi que leurs antiparticules, offrent une solution viable avec les technologies actuelles. Même si un collisionneur de muons est très attractif¹, voire plus attractif qu'un collisionneur électrons-positrons, la technologie qu'il nécessite, en particulier pour la production et le refroidissement des muons n'est pas encore d'actualité.

L'immense avantage des électrons par rapport aux protons est que les électrons sont des partons. Ils n'ont donc pas de structure et permettent d'avoir un état initial bien défini. Le point de collision est bien défini (largeur $< \mu$ m, épaisseur quelques nm, longueur quelques mm). L'état de spin peut être choisi précisément. D'autre part, si l'on choisit d'avoir des faisceaux de la même énergie, le référentiel du laboratoire et celui du centre de masse se confondent. On crée alors la situation la plus favorable pour le détecteur installé sur ce collisionneur de part la distribution angulaire des produits d'interaction. Notons toutefois que pour certaines réactions, et en particulier lorsque des neutrinos interviennent comme dans la production de paires de W, l'avant-arrière du détecteur joue aussi un grand rôle car la distribution des produits d'interaction est très piquée.

On notera quand même que la section efficace e^+e^- décroit en $\frac{1}{s}$ pour un état final donné (voir 1.9.1) alors que la section efficace proton-proton croit en *logs*. Comme c'est également vrai pour les bruits de fond, ceux-ci demeureront faibles. Le collisionneur électron-positron est donc un collisionneur propre sans empilement d'événements et sans qu'aucun déclenchement soit nécessaire car le taux d'acquisition est faible.

Ces trois cours montreront qu'il est possible de construire un accélérateur atteignant les énergies voulues (du Z au TeV) et les luminosités nécessaires. Tout ceci n'était pas le cas lorsque la décision de construire le LHC a été prise. On souhaite des luminosités pic de l'ordre de $10^{34} - 10^{35}$ cm⁻²s⁻¹ de façon à engranger en une année (prise à 10^7 s) une luminosité intégrée d'environ 100 fb⁻¹ soit 100 événements pour une section efficace de 1 fb. On verra qu'un tel accélérateur doit être linéaire. Nous montrerons qu'un tel accélérateur fournira un programme de physique qui vaut la peine d'être poursuivi, est à la hauteur d'un coût de projet de plusieurs GigaEuros et qu'il est complémentaire à ce que peut nous apprendre le LHC. Enfin, nous verrons que le détecteur adéquat est à notre portée.

Notons que les collisionneurs circulaires s'adaptent bien à plusieurs expériences alors qu'un collisionneur linéaire ne peut alimenter plusieurs expériences

¹voir le cours d'Alain Blondel (école de Gif 2004)

qu'en délivrant à chacune au plus la luminosité totale divisée par le nombre d'expériences.

Il ne sera pas discuté ici de la programmation de la prise de données qui devra forcément être définie pour un collisionneur linéaire. En effet, alors qu'une machine à protons couvre une large bande d'énergie effective en fonctionnant toujours à la même énergie dans le laboratoire, un collisionneur électron-positron fonctionne à une énergie dans le centre de masse choisie pour être la meilleure pour un sujet de physique donné. Il faudra du temps pour explorer ne serait-ce que les seuils du Z (dit GigaZ dans la suite), du W, du top, du Higgs...

Nous verrons d'abord comment se conçoit le collisionneur avec ses différentes options, un deuxième chapître traitera brièvement de la physique et le troisième présentera une certaine vision du détecteur nécessaire.

Chapitre 1

Accélérateurs

Chapitre rédigé par F. Beaudette et M. Ridel.

L'ensemble de ce chapitre s'appuie beaucoup sur une présentation d'O. Napoly [1] ainsi que sur des cours faits à l'école de Santa Barbara en 2003 [2] [14]. De nombreuses images en sont empruntées.

1.1 Techniques d'accélération

1.1.1 Un peu d'électrostatique

Une particule de charge e plongée dans un champ électrique \vec{E} subit une force $\vec{F} = e\vec{E}$. D'après le principe fondamental de la dynamique, $\vec{F} = m\vec{a}$, la particule est accélérée ($\vec{a} = \frac{e\vec{E}}{m}$). Lorsque la particule a parcouru la distance L dans le champ E, elle a acquis une énergie $\mathcal{E} = eEL$ correspondant au travail de la force \vec{F} . Or la différence de potentiel, V, qui a permis de créer le champ \vec{E} vaut $E \times L$. Ainsi, $\mathcal{E} = eV$. L'énergie acquise par une particule lorsqu'elle traverse un champ électrique est donc le produit de la charge de la particule par le potentiel. On peut donc exprimer l'énergie acquise en MeV. Souvent le MVolt est utilisé pour quantifier la capacité d'accélération d'un appareil. Il s'agit alors de la différence de potentiel que subit une particule lors de son passage à travers cet appareil et il faut multiplier cette quantité par la charge de la particule pour avoir l'énergie.

On construit des accélérateurs électrostatiques dont le principe est résumé sur la Fig. 1.1. Les accélérateurs électrostatiques tels que les Cockcroft Walton ou les tandems sont très vite limités par le potentiel que l'on peut appliquer entre les deux électrodes sans subir de claquage, typiquement 15MV, et sont ainsi limités aux applications de physique nucléaire telle que l'accélération d'ions lourds et la spectographie de masse. Il faut donc trouver une autre méthode.



FIG. 1.1 – L'ancêtre des accélérateurs : le tube de Crooks.

1.1.2 Les cavités Radio-Fréquence (RF)

Cette partie s'appuie très largement sur le cours de P. Tenenbaum [2], bien plus complet que ce qui est résumé ici.

L'application d'un champ électrique est la seule façon d'accélérer des particules chargées. Il n'est pas indispensable que le champ électrique soit le même partout : il suffit que le champ électrique "suive" la particule accélérée. Il en découle deux conséquences :

- l'accélération des particules chargées peut être obtenue à l'aide d'un champ oscillant : autrement dit, une onde électromagnétique.
- le faisceau n'est pas continu, il a nécessairement une structure en paquets.

Après quelques rappels sur les ondes électromagnétiques, on verra qu'une onde plane ne convient pas et qu'il faut imposer des conditions aux limites particulières afin d'obtenir une onde accélératrice.

1.1.3 Les équations de Maxwell

Dans toute cette partie, le système S.I. sera utilisé, les équations de Maxwell dans le vide s'écrivent alors :

$$\overline{\nabla}.\overline{D} = \rho \tag{1.1}$$

$$\overrightarrow{\nabla}.\overrightarrow{B} = 0 \tag{1.2}$$

$$\overrightarrow{\nabla} \times \overrightarrow{H} = \overrightarrow{j} + \frac{\overrightarrow{D}}{\partial t}$$
 (1.3)

$$\overrightarrow{\nabla} \times \overrightarrow{E} = -\frac{\partial \overrightarrow{B}}{\partial t} \tag{1.4}$$

où la notation $\overrightarrow{\nabla}$. désigne l'opérateur vectoriel divergence et $\overrightarrow{\nabla} \times$ le rotationnel. La première et la troisième équations relient les champs aux sources avec ρ la densité volumique de charges et \overrightarrow{j} le vecteur densité de courant. En dehors des sources, ρ et \vec{j} sont nuls. Par ailleurs $\vec{B} = \mu \vec{H}$ et $\vec{D} = \epsilon \vec{E}$. Dans les cas simples considérés ici, ϵ et μ sont des constantes réelles.

Comme le "rotationnel du rotationnel" est égal au gradient de la divergence moins le Laplacien $(\vec{\nabla} \times (\vec{\nabla} \times) = \vec{\nabla} (\vec{\nabla} .) - \vec{\nabla}^2)$, lorsque l'on prend le rotationnel de l'Éq. 1.1, on obtient :

$$\overrightarrow{\nabla}(\overrightarrow{\nabla}.\overrightarrow{E}) - \overrightarrow{\nabla^2}\overrightarrow{E} = -\overrightarrow{\nabla} \times (\frac{\partial \overrightarrow{B}}{\partial t})$$

En l'absence de charge électrique, le premier terme est nul. On recherche des fonctions régulières qui permettent l'inversion de la dérivée spatiale et temporelle. En l'absence de courant,

$$\overrightarrow{\nabla^2} \overrightarrow{E} = \frac{\partial}{\partial t} \overrightarrow{\nabla} \times \overrightarrow{B}$$
(1.5)

$$= \epsilon \mu \frac{\partial}{\partial t} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \tag{1.6}$$

On obtient alors l'équation de propagation du champ électrique :

$$\overrightarrow{\nabla^2} \overrightarrow{E} - \epsilon \mu \frac{\partial^2 \overrightarrow{E}}{\partial t^2} = \overrightarrow{0}$$
(1.7)

L'équation de propagation du champ magnétique s'obtient de façon similaire :

$$\overrightarrow{\nabla^2} \overrightarrow{B} - \epsilon \mu \frac{\partial^2 \overrightarrow{B}}{\partial t^2} = \overrightarrow{0}$$
(1.8)

Ces équations de propagation admettent de multiples solutions. A une dimension, l'équation de propagation s'écrit :

$$\frac{\partial^2 E}{\partial x^2} - \epsilon \mu \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} = 0$$

On peut alors montrer que toute fonction de la forme f(x - vt) + g(x + vt) où $v = 1/\sqrt{\epsilon\mu}$ et f et g sont deux fonctions deux fois dérivables, est solution (voir l'appendice 1.9.2).

La fonction f correspond à une propagation dans la direction des x positifs et g à une propagation dans la direction des x négatifs. Dans les deux cas, la célérité de l'onde est v. Dans toute la suite, on suppose que l'onde se propage dans le vide, on a donc $\epsilon = \epsilon_0$ et $\mu = \mu_0$. Par conséquent, comme $\epsilon_0 \mu_0 c^2 = 1$, l'onde se propage à la vitesse de la lumière dans le vide, c.

1.1.4 Solutions en l'absence de conditions aux limites

En l'absence de condition aux limites, on peut à priori chercher des solutions sous de multiples formes. Cependant, comme par la suite, des conditions aux limites périodiques seront imposées, on peut rechercher une solution sous la forme d'un développement de Fourier, ce qui revient à étudier des solutions sinusoïdales à cette équation de progation en se limitant aux ondes se propageant dans un sens, selon l'axe z, c'est-à-dire sous la forme :

$$\vec{E} = \vec{E}_0 \exp(i(\omega t - kz)) \tag{1.9}$$

$$\vec{B} = \vec{B_0} \exp(i(\omega t - kz)) \tag{1.10}$$

Du fait de l'absence de toute condition aux limites, et de l'isotropie de l'espace, $\overrightarrow{E_0}$ et $\overrightarrow{B_0}$ ne peuvent pas dépendre des coordonnées d'espace, et comme on l'a vu précédemment, pour qu'une fonction soit solution de l'équation de propagation, elle ne doit dépendre que de z - ct. Par conséquent $\overrightarrow{E_0}$ et $\overrightarrow{B_0}$ ne dépendent pas du temps non plus. Les ondes \overrightarrow{E} et \overrightarrow{B} sont dites "planes" car dans tout plan orthogonal à la direction de propagation z, l'amplitude est constante.

De plus, $\omega t - kz = -k(z - (\omega/k)t)$ d'où l'on déduit par identification la relation de dispersion reliant la pulsation de l'onde, ω , et la norme du vecteur d'onde $k = \|\overrightarrow{k}\| = \|k\overrightarrow{u_z}\|$ à la célérité de l'onde c:

$$\omega/k = c = 1/\sqrt{\epsilon\mu}.$$

Les équations 1.1 et 1.2 imposent une structure transverse aux champs électrique et magnétique. Ainsi :

$$\overrightarrow{\nabla}.\overrightarrow{E} = -i\overrightarrow{k}.\overrightarrow{E_0}\exp\left(i(\omega t - kz)\right) = 0 \tag{1.11}$$

 soit

$$\overrightarrow{k}.\overrightarrow{E_0} = 0, \qquad (1.12)$$

de même :

$$\overrightarrow{k}.\overrightarrow{B_0} = 0. \tag{1.13}$$

De plus, les équations de Maxwell 1.4 et 1.3 relient les champs électrique et magnétique entre eux, ce qui n'a pour le moment pas été traduit dans les équations 1.9 et 1.10. Ainsi, en tenant compte de la structure des solutions, 1.4 devient :

$$\overrightarrow{\nabla} \times \overrightarrow{E} = -i \overrightarrow{k} \times \overrightarrow{E} = -\frac{\partial \overrightarrow{B}}{\partial t} = -i\omega \overrightarrow{B}$$
$$\overrightarrow{B_0} = \frac{\overrightarrow{k}}{\omega} \times \overrightarrow{E_0}$$

 soit

Pour résumer, en l'absence de toute condition aux limites, une solution simple aux équations de propagation des champs électrique et magnétique est une onde se propageant à la vitesse de la lumière où les champs électrique et magnétique sont orthogonaux entre eux et orthogonaux à la direction de propagation. Est-ce qu'une telle onde peut permettre d'accélérer un faisceau de particules?

La réponse est non. En effet, seul le champ électrique peut accélérer les particules. Il faudrait donc une configuration où le faisceau se propage parallèlement au champ électrique, et donc perpendiculairement à la direction de propagation de l'onde (voir Fig. 1.2). Si l'on fait en sorte qu'à l'instant t_0 , la particule chargée, se déplaçant à une vitesse proche de c, subisse le champ électrique maximal $\vec{E_0}$ qui l'accélère, après avoir parcouru la distance $\frac{\pi}{k} = \frac{\lambda}{2}$ (où λ est la longueur d'onde), la particule subit un champ $-\vec{E_0}$ qui la décélère. Au bout d'une période, le bilan en terme d'accélération est nul. Dans ce raisonnement simple, on a négligé le champ magnétique, qui imprimerait, en plus des oscillations à la particule. L'accélération d'un faisceau d'électron à l'aide d'une onde progressive



FIG. 1.2 – Tentative d'accélération à l'aide d'une onde plane.

est malgré tout possible en imposant des conditions aux limites. L'expérience est décrite dans [3] : un faisceau d'électrons traverse le champ électromagnétique d'un faisceau laser. Grâce à une paroi qui stoppe le laser, les électrons subissent le champ électrique sur un nombre impair de demi-périodes, ainsi l'intégrale du champ électrique accélérateur vu par un électron au cours de son trajet n'est pas nulle et le faisceau est accéléré. Cette méthode n'est pas très efficace car le faisceau endommage rapidement la paroi qui permet de réfléchir le faisceau laser.

Toujours est-il que l'on constate qu'il est nécessaire imposer une condition aux limites pour accélérer des particules. De plus, si l'on veut accélérer efficacement des particules chargées à l'aide d'une onde, le plus pratique est d'obtenir une onde se propageant dans la même direction que le faisceau. Il faut alors faire en sorte que \vec{E} soit colinéaire à la direction de propagation. Ce n'est pas contradictoire avec la condition $\vec{\nabla}.\vec{E} = 0$: il suffit que la divergence de \vec{E} ne se réduise pas à une dérivée par rapport à zcomme dans l'Éq. 1.11, autrement dit, il faut introduire une dépendance en x, y de $\vec{E_0}$ et faire en sorte que les combinaisons des dérivées $\partial E_x/\partial x$, $\partial E_y/\partial y$ viennent annuler la contribution désormais non nulle de $\partial E_z/\partial z$. Par conséquent, si \vec{E} dépend de x, y, c'est que l'isotropie de l'espace a été brisée par des conditions aux limites.

Par la suite, la propagation d'une onde dans un conducteur cylindrique est étudiée.

1.2 Le guide d'onde cylindrique

On suppose un conducteur cylindrique infini de rayon b selon l'axe z (Fig. 1.3). Les coordonnées cylindriques sont alors naturelles.



FIG. 1.3 – Guide d'onde circulaire.

Comme précédemment, on recherche des solutions à l'équation de propagation sous la forme

$$\vec{E} = \vec{E}_0 \exp(i(\omega t - kz)) \tag{1.14}$$

$$\vec{B} = B'_0 \exp(i(\omega t - kz)) \tag{1.15}$$

Cette fois-ci, $\overrightarrow{E_0}$ et $\overrightarrow{B_0}$ dépendent de (r, θ) mais pas de z ni du temps, t.

1.2.1 Composante longitudinale

On peut chercher des solutions à l'Éq. 1.7 sous la forme 1.14 en se rappelant que $\overrightarrow{E_0}$ ne dépend que de r et de θ et en ne s'intéressant, dans un premier temps, qu'à la composante longitudinale.

$$\nabla^2 E_z - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 E_z}{\partial t^2} = 0$$

On remarque qu'avec la forme des solutions cherchées :

$$\frac{\partial}{\partial t} = i\omega, \ \frac{\partial^2}{\partial t^2} = -\omega^2 \tag{1.16}$$

$$\frac{\partial}{\partial z} = -ik, \ \frac{\partial^2}{\partial z^2} = -k^2 \tag{1.17}$$

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} = \nabla_{\perp}^2 + (ik)^2 = \nabla_{\perp}^2 - k^2$$

Ainsi, l'équation de propagation pour E_z devient :

$$\nabla_{\perp}^{2} E_{z} - k^{2} E_{z} + \frac{1}{c^{2}} E_{z} = 0$$

soit, a près simplication par $\exp\left(i(\omega t-kz)\right)$:

$$\nabla_{\perp}^2 E_{0,z} - k^2 E_{0,z} + \frac{\omega^2}{c^2} E_{0,z} = 0$$

On pose $k_c^2 = \frac{\omega^2}{c^2} - k^2$, et finalement :

$$\nabla_{\perp}^2 E_{0,z} + k_c^2 E_{0,z} = 0 \tag{1.18}$$

L'invariance sous une rotation d'axe z indique que les solutions peuvent être de la forme : $E_{0,z}(r,\theta) = R(r)\Theta(\theta)$. Des solutions sinusoïdales sont courantes dans ce genre de problème et la fonction $\Theta(\theta)$ doit être 2π -périodique. Par conséquent $\Theta(\theta) = \cos(n\theta + \theta_n)$ convient.

La résolution complète de de cette équation différetielle effectuée dans l'appendice 1.9.4 montre que la fonction radiale R(r) est une combinaison linéaire de fonctions de *Bessel* [4] du premier et du second type.



FIG. 1.4 – Fonctions de Bessel du premier et second type.

Toutes les fonctions de *Bessel* de second type divergent en 0 (voir la Fig. 1.4), par conséquent tous les coefficients d_n sont nuls, et la solution générale de l'Éq. 1.18 peut s'écrire :

$$E_{0,z}(r,\theta) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n J_n(k_c r) \cos(n\theta + \theta_n).$$

Comme $H_{0,z}$ obéit à la même équation différentielle 1.18 que $E_{0,z}$, les solutions s'écrivent de la même façon.

1.2.2 Conditions aux limites

Cas général

Il découle des équations de Maxwell qu'à la traversée d'une interface entre deux milieux, la composante tangentielle de \overrightarrow{E} est continue (voir 1.9.3). La composante normale peut subir une discontinuité liée à la présence de charge surfaciques. De même, la composante normale de \overrightarrow{B} est continue à la traversée d'une interface et la composante tangentielle n'est discontinue qu'en présence d'un courant surfacique.

En supposant que le guide d'onde est un conducteur parfait, \vec{E} et \vec{B} sont nuls à l'intérieur. Par conséquent, sur la surface du guide d'onde, la composante tangentielle de \vec{E} est nulle, soit : $E_{\theta} = E_z = 0$ et la composante normale de \vec{B} est nulle : $B_r = 0$.

Une condition supplémentaire, au niveau de la paroi du guide d'onde, apparait lorsque le rotationnel du champ magnétique est explicité en coordonnées cylindriques. Soit (E_r, E_{θ}, E_z) et (B_r, B_{θ}, B_z) les coordonnées cylindriques de \vec{E} et \vec{B} respectivement.

$$\overrightarrow{\nabla} \times \overrightarrow{B} = \left(\frac{1}{r}\frac{\partial B_z}{\partial \theta} - \frac{\partial B_\theta}{\partial z}, \frac{\partial B_r}{\partial z} - \frac{\partial B_z}{\partial r}, \frac{1}{r}\frac{\partial (rB_\theta)}{\partial r} - \frac{1}{r}\frac{\partial B_r}{\partial \theta}\right)$$
(1.19)

La composante selon $\overrightarrow{u_{\theta}}$ est nulle, car d'après l'équation de Maxwell 1.3, elle est proportionelle à $\frac{\partial \overrightarrow{E}}{\partial t}$. Or d'après l'Eq. 1.14, $\frac{\partial \overrightarrow{E}}{\partial t} = i\omega \overrightarrow{E}$. Comme \overrightarrow{E} s'annule sur la paroi du guide d'onde, $E_{\theta}(r = b) = 0$. Ainsi $[\partial B_r/\partial z - \partial B_z/\partial r](r = b) = 0$. Comme d'après 1.15, $\partial B_r/\partial z = -ikB_r$ et que $B_r(r = b) = 0$, on en déduit que $[\partial B_z/\partial r](r = b) = 0$

Application aux solutions trouvées

Comme on l'a vu précédemment, la solution générale pour $E_{0,z}$ s'écrit :

$$E_{0,z}(r,\theta) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n J_n(k_c r) \cos(n\theta + \theta_n).$$

et $E_{0,z}$ doit s'annuler sur la paroi du guide d'onde. Pour tout n, $k_c b$ doit correspondre à un zéro de la n-ième fonction de *Bessel*, ce qui restreint énormément le champ des possibilités pour k_c . On note z_{np} le p-ième zéro de J_n .

$$k_c = \frac{z_{np}}{b} \tag{1.20}$$

On indexe les différentes valeurs de k_c autorisées par les indices $np : k_{c,np}$. Par définition, $k_c^2 = \frac{\omega^2}{c^2} - k^2$, par conséquent :

$$k_{c,np} = \frac{z_{np}}{b} = \sqrt{\frac{\omega^2}{c^2} - k^2}$$
(1.21)

Ainsi la solution pour $E_{0,z}$ s'exprime sous la forme d'une double somme d'une multitude de modes :

$$E_{0,z} = \sum_{p=1}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} a_{np} J_n(k_{c,np} r) \cos(n\theta + \theta_{np}).$$
(1.22)

Pour un mode donné, on appelle $\omega_{c,np} = c \frac{z_{np}}{b}$ la pulsation associée à une longueur d'onde infinie (k = 0). La relation de dispersion s'écrit alors :

$$k^2 = \frac{1}{c^2} (\omega^2 - \omega_{c,np}^2)$$

Commençons par éliminer le cas $\omega < \omega_{c,np}$ qui conduit à un vecteur d'onde k purement imaginaire. D'après l'Éq. 1.14, cela signifie soit que l'onde croît exponentiellement, ce qui n'est pas physique, soit qu'elle s'atténue exponentiellement, ce qui n'est pas ce que l'on souhaite pour accélérer des particules. Ainsi $\omega_{c,np}$ apparaît comme une pulsation de coupure du guide d'onde.

La relation de dispersion permet de calculer la vitesse de phase, c'est-à-dire, la vitesse à laquelle se propagent, par exemple, les maxima de la sinusoïde et la vitesse de groupe qui correspond à la vitesse à laquelle se propage l'énergie. On peut montrer que, la vitesse de groupe, v_{gr} est donnée par :

$$v_{gr} = \frac{d\omega}{dk} = \frac{c}{\omega}\sqrt{\omega^2 - \omega_{c,np}^2}$$

qui est inférieure à la vitesse de la lumière. Quant à la vitesse de phase, on a déjà vu qu'elle est donnée par :

$$v_{ph} = \frac{\omega}{k} = \sqrt{c^2 + \frac{\omega_{c,np}^2}{k^2}},$$

qui, elle, est strictement supérieure à la vitesse de la lumière. On remarque au passage que le produit $v_{gr}v_{ph} = c^2$ (en allégeant la notation $\omega_c = \omega_{c,np}$):

$$v_{ph}v_{gr} = \frac{c}{\omega}\sqrt{\omega^2 - \omega_c^2}\sqrt{c^2 + \frac{\omega_c^2}{k^2}}$$
(1.23)

$$= \frac{c}{\omega} kc \sqrt{\frac{k^2 c^2 + \omega_c^2}{k^2}} \tag{1.24}$$

$$= \frac{c}{\omega} k c \frac{\omega}{k} \tag{1.25}$$

 $= c^2 \tag{1.26}$

Ainsi, en imposant des conditions aux limites, il est possible de créer une onde comportant une composante électrique longitudinale qui pourrait permettre d'accélérer des particules.

Malheureusement, une onde dont la vitesse de phase est supérieure à celle de la particule ne permet pas d'accélérer sur de longues distances. En effet, si à un instant donné, la particule subit le champ électrique maximal qui l'accélère, comme l'onde progresse plus vite qu'elle, la norme du champ électrique qu'elle subit diminue au fur et à mesure. Le champ électrique finit même par s'inverser ce qui freine la particule (voir Fig. 1.5). Au final, le bilan en terme d'accélération est nul. D'une façon analogue, s'il veut avancer, un surfeur doit aller au moins aussi vite que la vague. S'il se laisse dépasser par la vague, il n'avance plus.



FIG. 1.5 – Tentative d'accélération à l'aide d'une onde dans un guide circulaire de longueur infinie.

Cependant en imposant des conditions aux limites selon z, on peut faire en sorte que la vitesse de phase de l'onde soit égale à celle de la particule, soit c, ou du moins que la particule voie toujours un champ accélérateur. C'est le principe des accélérateurs "chauds". Si la vitesse de phase est égale à celle de la particule, celle-ci voit toujours le même champ (Fig. 1.6). Elle n'est pas nécessairement au niveau du sommet de l'onde, un certain déphasage peut exister. En fait, l'intensité du champ diminue au fur et à mesure que la particule progresse, car les particules accélérées émettent un champ électrique opposé au champ accélérateur. Ce phénomène, appelé "beam loading", peut s'interpréter comme un transfert d'énergie



FIG. 1.6 – Accélération à l'aide d'une onde comportant une composante longitudinale, dans le cas où la vitesse de la particule et la vitesse de phase de l'onde sont identiques : la particule subit toujours le même champ.

du champ vers le faisceau.

On est donc obligé de découper l'accélérateur en plusieurs sections. Au début de la section, la radio-fréquence est injectée au niveau du coupleur d'entrée et l'onde atténuée est extraite en fin de section (Fig.1.7) par le coupleur de sortie. L'onde extraite correspond à de l'énergie perdue, et c'est à prendre en compte lors du bilan de puissance de l'accélérateur. Par ailleurs, le faisceau a une structure en paquet. Si l'amplitude de l'onde dans la cavité diminue, le second paquet est moins accéléré que le premier, ce qui n'est évidemment pas acceptable. Une façon de résoudre ce problème consiste à faire varier le déphasage entre les différents paquets. Lorsqu'il y a encore beaucoup d'énergie disponible dans la cavité, on introduit un grand déphasage entre l'onde et le passage des paquets et au fur et à mesure que l'énergie diminue, on réduit le déphasage de façon à être plus efficace et que tous les paquets voient le même champ.



FIG. 1.7 – Injection et extraction de la radio-fréquence.

On peut aussi créer un système d'onde stationnaire dans les cavités, et c'est

la technique employée dans les accélérateurs supraconducteurs. Avant d'étudier ces ondes stationnaires, poursuivons cette étude sommaire d'un guide d'onde circulaire.

1.2.3 Modes transverses

Par analogie avec les solutions trouvées précédemment pour le champ électrique, les solutions pour $H_{0,z}$ sont de la forme :

$$H_{0,z} = \sum_{v=1}^{\infty} \sum_{u=0}^{\infty} f_{uv} J_u(k_{c,uv} r) \cos(\theta + \theta_{uv}).$$
(1.27)

La similitude avec $E_{0,z}$ s'arrête là, car les conditions aux limites sont différentes. Ce n'est pas $H_{0,z}$ qui doit s'annuler sur la paroi, mais sa dérivée par rapport à r. On doit donc avoir $k_{uv}b = t_{uv}$ où t_{uv} est le v-ième zéro de J'_u . Pour une pulsation ω donnée, les vecteurs d'onde de coupure k_c seront différents pour les champs électrique et magnétique. Par conséquent une onde seule (c'est-à-dire correspondant à un seul terme des séries 1.22 et 1.27), ayant une pulsation et un vecteur d'onde de coupure donnés ne peut pas avoir à la fois une composante électrique et une composante magnétique longitudinales. Pour accélérer des particules, un champ électrique longitudinal est nécessaire. On veut également n'avoir qu'un mode dans les cavités. Par conséquent, la composante longitudinale du champ magnétique est nulle. Autrement dit, on s'intéresse à des ondes transverses magnétiques (TM). On les note TM_{np} où n et p correspondent aux indices définis dans l'Eq. 1.22. Les indices n et p peuvent s'interpréter de la façon suivante : lorque l'on tourne autour de l'axe z, $E_{0,z}$ s'annule 2n fois et à un angle φ donné, $E_{0,z}$ s'annule p fois entre r = 0 et r = b.

1.2.4 Résolution complète pour un mode TM_{np}

Après avoir choisi correctement l'origine des angles, pour un mode TM_{np} donné, le champ électrique longitudinal s'écrit $E_{0,z} = J_n(k_{c,np}r)\cos(n\theta)$ et on a vu que $H_{0,z} = 0$. À partir de là, toutes les composantes peuvent se calculer en utilisant les équations de Maxwell ainsi que les conditions aux limites. Le calcul est effectué dans l'appendice 1.9.5.

On obtient :

$$E_{0,r} = \frac{-ik}{k_{c,np}} J'_n(k_{c,np}r)\cos\left(n\theta\right)$$
(1.28)

$$E_{0,\theta} = \frac{ikn}{k_{c,np}^2} J_n(k_{c,np}r)\sin(n\theta)$$
(1.29)

$$E_{0,z} = J_n(k_{c,np}r)\cos\left(n\theta\right) \tag{1.30}$$

$$H_{0,r} = \frac{-i\omega n\epsilon}{k_{c,np}^2 r} J_n(k_{c,np}r) \sin(n\theta)$$
(1.31)

$$H_{0,\theta} = \frac{-i\omega\epsilon}{k_{c,np}} J'_n(k_{c,np}r)\cos\left(n\theta\right)$$
(1.32)

$$H_{0,z} = 0 (1.33)$$

(1.34)

L'ensemble des composantes des champs électrique et magnétique dans la cavité a été déterminé. Il suffit de multiplier tous ces termes par $\exp(i(\omega t - kz))$ pour connaître l'expression complète. Au vu de ces résultats, deux remarques s'imposent :

- la composante normale du champ électrique, $E_{0,r}$, et l'une des composantes tangentielles du champ magnétique, $H_{0,\theta}$ sont non nulles au niveau de la paroi du guide d'onde. Cela signifie qu'il y a des charges et des courants à la surface du guide d'onde.
- Connaissant l'expression en terme de série entière des fonctions de Bessel de premier type :

$$J_n(r) = \sum_{m=0}^{\infty} \frac{(-1)^m (r/2)^{(2m+n)}}{m!(m+n)!},$$

ou au vu de la Fig. 1.4, on constate qu'à l'exception de la fonction d'ordre zéro, toutes les fonctions s'annulent en r = 0. Comme c'est là que le faisceau doit circuler, les modes utilisés pour accélerer des particules sont d'ordre n = 0.

1.2.5 Application de conditions aux limites selon z

Comme il a été vu à la fin du paragraphe 1.2.2, une onde dont la vitesse de phase est supérieure à la vitesse des particules, même si elle comporte une composante longitudinale ne permet pas d'accélérer des particules sur une longue distance. Il faut donc arrêter l'onde périodiquement en imposant des conditions aux limites selon z. On crée ainsi une cavité accélératrice mono-cellulaire dans laquelle le temps de passage des particules est suffisament court pour que la particule chargée ne subisse pas un champ décélérant. Étudions un modèle de cavité accélératrice, constituée simplement d'une portion du guide d'onde précédemment décrit bouchée en z = 0 et z = L par un disque conducteur de rayon b(voir Fig. 1.8).

Aux conditions aux limites du guide d'onde circulaire infini viennent s'ajouter les conditions suivantes en z = 0 et z = L:

- les composantes transverses du champ électrique, E_r et E_{θ} , s'annulent
- en conséquence, du fait de l'Eq. 1.3, les composantes transverses de $\overrightarrow{\nabla}\times\overrightarrow{H}$ sont nulles
- la composante normale du champ magnétique, H_z est nulle

Explicitons les conséquences de la deuxième condition : d'après l'Eq. 1.19, $\frac{1}{r}\frac{\partial H_z}{\partial \theta} - \frac{\partial H_{\theta}}{\partial z} = 0$. Comme $H_z = 0$, on obtient que $\frac{\partial H_{\theta}}{\partial z} = 0$ au niveau des parois verticales du guide. De même, $\frac{\partial H_r}{\partial z} - \frac{H_z}{\partial r} = 0$ et donc $\frac{\partial H_r}{\partial z} = 0$.



FIG. 1.8 – Modèle de cavité.

Heureusement, il n'est pas nécessaire de reprendre le problème à zéro. Les solutions peuvent être déduites des solutions obtenues pour le guide d'onde de longueur infinie. En effet, précédemment on a cherché des solutions en $\exp(i(\omega t - kz))$ se propageant vers les z positifs. Les solutions en $\exp(i(\omega t + kz))$ se propagent dans l'autre sens et vérifient évidemment les équations de Maxwell ainsi que les conditions aux limites. Il en est de même pour toute combinaison linéaire de ces solutions.

Ainsi, si l'on superpose à l'onde décrite par les équations 1.30 à 1.29 son équivalent se propageant vers les z négatifs, et tenant compte du fait que la composante transverse du champ électrique subit un déphasage de π lors de la réflexion, on obtient l'onde stationnaire suivante :

$$E_z = J_n(k_{c,np}r)\cos\left(n\theta\right)\cos\left(k_jz\right)\exp\left(i\omega t\right)$$
(1.35)

$$H_z = 0 \tag{1.36}$$

$$H_{\theta} = \frac{-i\omega\epsilon}{k_{c,np}} J'_n(k_{c,np}r)\cos\left(n\theta\right)\cos\left(k_j z\right)\exp\left(i\omega t\right)$$
(1.37)

$$H_r = \frac{-i\omega n\epsilon}{k_{c,np}^2 r} J_n(k_{c,np}r) \sin(n\theta) \cos(k_j z) \exp(i\omega t)$$
(1.38)

$$E_r = \frac{-k_j}{k_{c,np}} J'_n(k_{c,np}r) \cos\left(n\theta\right) \sin\left(k_j z\right) \exp\left(i\omega t\right)$$
(1.39)

$$E_{\theta} = \frac{-k_j n}{k_{c,np}^2 r} J_n(k_{c,np} r) \sin(n\theta) \sin(k_j z) \exp(i\omega t)$$
(1.40)

Dans les équations précédentes, on a noté k_j au lieu de k car la présence des disques conducteurs aux extrémités du guide entraîne la quantification du vecteur d'onde. Au niveau des parois latérales, les composantes longitudinales du champ électrique sont nulles, par conséquent : $k_j L = j\pi$. Les dérivées par rapport à z de H_{θ} et H_r sont en sin $(k_j z)$ et sont donc bien nulles aux extrémités. Les Eq. 1.20 et 1.21 deviennent donc :

$$\omega = \omega_{npj} = \frac{1}{c} \sqrt{\left(\frac{z_{np}}{b}\right)^2 + \left(\frac{j\pi}{L}\right)^2} \tag{1.41}$$

ce qui signifie que seules quelques fréquences sont permises dans la cavité alors que dans le cas du guide d'onde infini, dès lors que la fréquence est supérieure à la fréquence de coupure, l'onde peut se propager. De même que les indices n et p sont liés au nombre de zéros entre $\varphi = 0$ et $\varphi = 2\pi$ et entre r = 0 et r = b, l'indice j correspond au nombre de zéro entre z = 0 et z = L. Puisqu'une onde



FIG. 1.9 – Accélération à l'aide d'une onde stationnaire.

stationnaire est installée dans la cavité, le champ E_z oscille entre des valeurs positives et négatives. Pour qu'une particule soit accélérée lors de son passage dans la cavité, il faut faire en sorte qu'elle voit toujours le champ avec la même polarité. Par exemple, dans le cas de la Fig. 1.9, il faut que la fréquence de la cavité et l'instant d'entrée soient ajustés de telle façon que la particule passe au niveau du noeud de l'onde stationnaire au moment où la polarité s'inverse. En fait, on peut montrer [2] que l'efficacité optimale est obtenue pour les modes j = 0, c'est-à-dire qu'à un instant donné, E_z ne subit pas de modulation selon z dans la cavité. On juxtapose alors des cellules identiques déphasées les unes par rapport aux autres (Fig. 1.10) pour former une cavité accélératrice. Lorsqu'une onde stationnaire est utilisée pour accélérer le faisceau, il faut que le déphasage de l'onde entre deux cavités soit égal à π , on dit alors que la cavité est dans le mode π . C'est ce qui se passe dans les accélérateurs supraconducteurs. Au contraire, dans les accélérateurs en cuivre, dits "chaud" le déphasage de l'onde entre deux cellules est de $2\pi/3$.

Par ailleurs, comme il a été vu précédemment, si l'on veut que le faisceau circule au centre des cavités, il faut n = 0, on constate donc que les modes utiles pour des cavités accélératrices sont du type TM_{0p0} . Par rapport à une cavité de longueur L dotée d'un champ électrique constant E_0 , l'énergie maximale que peut acquérir une particule dans une cavité dans un tel mode est diminuée d'un facteur de transit $T = \sin(\psi/2)/(\psi/2)$ où ψ est l'angle de transit, c'est-à-dire la variation de la phase de l'onde durant le passage de la particule dans la cavité.



FIG. 1.10 – Inversion de la polarité dans une section, un intervalle de temps T/2 sépare les deux dessins où T est la période de la radio-fréquence.

1.3 De la modélisation à la réalité

Du modèle simple décrit précédemment à la réalité de la Fig. 1.11, il y a un pas. En particulier, les formes anguleuses du guide d'onde circulaire bouché aux extrémités ne sont pas souhaitables lorsque des hautes tensions sont appliquées, car au niveau des angles, des électrons peuvent être arrachés au métal et se promener dans la cavité. Par ailleurs, il y a évidemment des iris entre les cellules de la cavité afin de permettre le passage des faisceaux. La présence de ces iris modifie quelque peu les conditions aux limites et la transition d'une cellule à l'autre nécessite une étude spécifique. Le lecteur est invité à se reporter à [2] pour une étude détaillée.

Deux solutions différentes ont été étudiées pour l'accélération des faisceaux d'électrons dans le cadre du projet de collisionneur linéaire. La solution, dite chaude, repose sur des cavités fonctionnant à température ambiante alors que la solution froide utilise des cavités supraconductrices. Chaque technologie a ses avantages et inconvénients dont certains sont discutés par la suite.

À propos des cavités, d'autres effets n'ont pas encore été mentionnés. Ainsi, le passage des paquets dans les cavités induit des champs, dits "de sillage". Ce sont eux qui sont à l'origine de la perte d'intensité de la radio-fréquence dans la cavité. Ils ont une durée de vie donnée par : $\tau = 2Q_0/\omega_{RF}$ où Q_0 est le facteur de qualité de la cavité (dont la définition est donnée dans le paragraphe suivant). Pour des cavités supraconductrices, Q_0 est de l'ordre de 10^{10} et les RF de l'ordre du GHz ce qui donne des temps d'amortissement de l'ordre de la seconde dont on parvient à s'accomoder. En revanche, les paquets hors axe sont à l'origine de champs dipôlaires qui défléchissent les paquets suivants. Afin de limiter cet effet nuisible, la forme des cavités est ajustée de façon à ce que les champs dipôlaires s'atténuent avec une constante de temps de l'ordre de la centaine de microsecondes.



FIG. 1.11 – Une cavité de TESLA constituée de 9 cellules (en haut). Simulation du champ électrique dans cette même cavité dans le mode π fondamental à 1.3 GHz (en bas).

Remarque : Une onde stationnaire, étant stationnaire, est particulièrement difficile à injecter dans la cavité.

1.3.1 Quantités caractéristiques, puissance

Le gain en tension, $U = \int dz E_z(z, t = z/c)$, qui est l'intégrale du champ électrique accélérateur vu par la particule lors de son trajet dans une cavité est égal à $U = E_0 LT$ et il vaut 25 MV/m à TESLA. Dans cette formule, E_0 est la tension de crête, L la longueur de la cavité et T le facteur de transit précédemment défini. On note W l'énergie emmagasinée. Comme celle-ci est proportionnelle à E_0^2 et donc à U^2 , il est intéressant de former le rapport du carré de la tension d'accélération (U^2) sur l'énergie stockée pour obtenir cette accélération. On peut montrer [2] que pour une cavité telle que celle étudiée précédemment :

$$\frac{1}{\omega}\frac{U^2}{W} \simeq \frac{T^2 L}{b}\sqrt{\mu/\epsilon} \tag{1.42}$$

La quantité $\frac{1}{\omega} \frac{U^2}{W}$, connue sous le nom de R/Q, est purement géométrique et vaut environ 1 k Ω à TESLA. On souhaite évidemment maximiser le gain en tension tout en minimisant l'énergie stockée dans la cavité, ce qui revient à souhaiter une cavité longue, un facteur de transit T le plus proche de 1 et un faible rayon. Malheureusement, plus la cavité est longue, plus le facteur de transit augmente, il faut donc trouver le meilleur compromis. Pour une telle cavité, l'angle de transit, ψ , permettant d'optimiser R/Q est d'environ 134⁰.



FIG. 1.12 – Simulation du champ de sillage dans une cavité TESLA.

L'impédance dite de shunt R_{cav} est définie par analogie électrique comme U^2/P . Le facteur de qualité, Q_0 , est le rapport de l'énergie emmagasinée et de l'énergie dissipée pendant une période de la RF atteint 10^{10} à TESLA.

La dimension des cavités est conditionnée par la longueur d'onde. Pour des fréquences de l'ordre du GHz, telles que celles employées avec les technologies froides, celà donne des cavités d'une trentaine de cm. Pour un accélérateur chaud, fonctionnant à une dizaine de GHz, les dimensions sont divisées par 10 et au CLIC, elles sont encore réduites d'un facteur 3 car il fonctionne à 30 GHz.

Pour une puissance donnée, lorsqu'on augmente la fréquence, on augmente le champ, ce qui permet d'accélérer plus. On peut montrer que la fréquence transférée au faisceau est proportionnelle à ω^2 . On aurait donc envie de faire des cavités les plus petites possibles, mais elles sont d'autant plus difficiles à ajuster.

Puissance RF en mode accélération

La puissance dissipée, P (P = dW/dt) se décompose en trois termes : la puissance transférée au faisceau, P_{beam} , la puissance dissipée par effet Joule dans les parois, P_{Ω} et la puissance qui sort, P_{out} , qui ne peut pas être recyclée et qui est donc bien perdue.

La puissance dissipée est fournie par des klystrons : $P_{RF} = P_{beam} + P_{\Omega} + P_{out}$. La puissance du faisceau est : $P_{beam} = UI_{beam}$. Dans le cas de TESLA, pour un mètre de cavité U = 25 MV et $I_{beam} = 9 \text{ mA}$ on a donc $P_{beam} = 230 \text{ kW}$. Quant à la puissance dissipée par effet Joule : $P_{\Omega} = \omega_{RF} W/Q_0 = U^2/R$, elle est très faible dans le cas de cavités supraconductrices : $P_{\Omega} = 2.5 \,\mathrm{mW}$. Cette dernière est directement reliée à la résistance de surface des cavités et est donc très faible pour des cavités supraconductrices, mais pas strictement nulle : la résistance de surface du niobium (symbole chimique : Nb, Z=41) à 2K est un million de fois inférieure à celle du cuivre à température ambiante. Ainsi dans un accélérateur supraconducteur, les pertes ohmiques sont négligeables devant l'énergie transférée au faisceau, alors qu'avec une technologie chaude, elles sont du même ordre de grandeur. Cette caractéristique des accélérateurs froids est d'autant plus intéressante qu'on peut alors travailler en mode stationnaire, annulant ainsi la puissance de sortie P_{out} . Il faut néanmoins noter que la puissance ohmique dissipée l'est à une température de 2K, ce qui est extrèmement coûteux en terme de puissance électrique à fournir pour la cryogénie.

Au contraire, dans un accélérateur chaud, la puissance est majoritairement dissipée dans les parois (à 70%), il n'est, par conséquent, pas intéressant d'utiliser des ondes stationnaires, une onde progressive fait parfaitement l'affaire, en jouant sur le déphasage afin que tous les paquets subissent une accélération similaire.

Coût de fonctionnement : consommation électrique (cas supraconducteur)

Dans un accélérateur supraconducteur, la puissance électrique totale à fournir est consommée de trois façons. La puissance injectée permet d'accélérer le faisceau, mais en même temps, une petite fraction est dissipée par effet Joule. Ces deux contributions sont liées à l'efficacité de production et de transfert de la RF. La puissance dissipée doit être absorbée par la cryogénie donc l'efficacité est très faible du fait des températures très basses utilisées. Ainsi : $P_{total} =$ $(P_{beam} + P_{\Omega})/\eta_{RF} + P_{\Omega}/\eta_{Refroidissement}$. Pour ce qui est de la puissance du faisceau, c'est l'énergie dans le centre de masse multipliée par le nombre de particules par unité de temps : $P_{beam} = E_{CM} \times dN_{part}/dt$, c'est-à-dire : $P_{beam} = E_{CM} \times I_{beam}/e$, mais celà peut aussi s'exprimer comme : $P_{beam} = N_{cavités}UI_{beam}$.

Quant aux pertes ohmiques, elles sont de la forme $P_{\Omega} = N_{cavités} U^2/R$.

En fait, tout le problème vient de l'efficacité de refroidissement. L'accélérateur doit être maintenu à une température cryogénique, T, et c'est à cette température qu'est dissipée la puissance ohmique. Or le rendement de Carnot d'une machine thermique est proportionnel à la température : $\eta_{refroidissement}(T) \approx (T/300)/4$. Au LEP, qui fonctionnait à 4 K, ce rendement était d'environ 1/300. Lorsque la température est 2 K, comme dans TESLA, le rendement est encore divisé d'un facteur 2.

Chaque bras du collisionneur linéaire compte 858 modules, comportant chacun 12 cavités. Chaque bras mesure $17 \, km$. La consommation électrique totale est $47 \, MW$ et le rendement électrique total, c'est-à-dire la fraction de la puissance électrique totale transférée au faisceau est de 23% [5].

1.3.2 Structure temporelle, croisement des faisceaux

Dans un accélérateur froid, comme la puissance dissipée dans les parois est faible, la durée de vie de l'onde stationnaire dans la cavité est longue, et on peut alors travailler avec des impulsions longues, typiquement 1 ms, toutes les 200 ms dans lesquelles on met 3000 paquets espacés de 300 ns. La fréquence de 5 Hz peut sembler faible, elle est directement limitée par la puissance électrique que peut délivrer le réseau.

Au contraire, avec la technologie chaude, l'onde progressive s'atténue rapidement, ce qui nécessite d'utiliser des impulsions brèves, mais nombreuses, 100 par seconde, constituées de 150 paquets séparés de 1.4 ns, soit 42 cm. L'injection de la RF est plus simple dans le cas de la technologie chaude, et l'efficacité de transfert meilleure. De plus, des champs électriques plus élevés peuvent être atteint. La proximité entre les paquets à l'intérieur d'une impulsion nécessite d'introduire un angle de croisement entre les faisceaux pour que les paquets ne se rencontrent qu'en un seul point. Un tel croisement à angle entraîne une importante baisse de luminosité : deux paquets en forme de cigare se croisent, et la probabilité d'une collision électron-positron est fortement diminuée par rapport à une collision frontale. Pour palier cet inconvénient, les paquets sont tournés par rapport à l'axe du faisceau pour créer un croisement, dit en crabe, comme sur la Fig. 1.13, ainsi les paquets sont alignés lors du croisement.

Dans le cas supraconducteur, il est possible de faire des collisions frontales, mais l'extraction des faisceaux après collision est difficile et nécessite d'installer des séparateurs délicats et encombrants.



FIG. 1.13 – Croisement à angle de faisceaux (à gauche), croisement en crabe (à droite).

Pendant l'été 2004, l'ITRP (International Technology Recommandation Panel) a préconisé la technologie supraconductrice pour le futur collisionneur linéaire. Dans la suite, on n'évoque que cette technologie.

1.3.3 Cavités supraconductrices

Les cavités supraconductrices utilisées au LEP permettaient d'atteindre 6 à 7 MV/m, ce qui est insuffisant pour un collisionneur linéaire. Le projet TESLA à 800 GeV nécessite 35 MV/m. Heureusement d'énormes progrès ont été accomplis récemment. Les cavités atteignent désormais 42 MV/m sans faisceau, ce qui n'est pas très loin de la limite théorique de 50 MV/m due au champ critique du niobium, c'est-à-dire le champ au dessus duquel il perd ses propriétés supraconductrices. En régime statique et à température nulle le champ critique est de 195 mT, mais ce comportement est modifié à haute fréquence et les estimations théoriques donnent 240 mT, correspondant à un champ accélérateur de 54 MV/m à 1.8 K [6].

Ces progrès ont essentiellement concerné la qualité de l'état de surface des cavités, permettant de limiter le phénomène d'émission d'électrons : les électrons sont arrachés de la paroi, accélérés et focalisés par les champs électromagnétiques de la RF et du faisceau. En venant frapper les parois de la cavités, ces électrons provoquent une dissipation locale supérieure à la dissipation ohmique. Il a été constaté que le phénomène d'émission des électrons a, dans les cavités supraconductrices, pour principale origine la présence d'impuretés métalliques ou diélectriques ou des défauts de surface. Deux techniques permettent d'éliminer ces sites émetteurs : l'application de RF très puissantes qui provoquent l'explosion du site sous l'échauffement, mais cette technique a tendance à laisser un cratère et surtout des techniques de rinçage des parois à haute pression. De l'eau ultrapure est envoyée à haute pression (8 à 11 MPa) sur les parois de la cavité, ce qui les dépoussière et exerce des contraintes mécaniques qui gomment les excroissances et les défauts géométriques [6].

Des prototypes de cavités pour TESLA existent, et les spécifications sont atteintes. En l'absence de faisceau, pour un champ de 35 MV/m, le facteur de qualité est d'environ $Q_0 = 10^{10}$ à 2 K, au dessus de la valeur $Q_0 = 9.10^5$ requise (voir Fig. 1.14), cette valeur est atteinte pour un champ d'environ 42 MV/m. Ces résultats ont été reproduits avec plusieurs cavités différentes. Le facteur de qualité dépend de la température, comme on peut le voir sur la Fig. 1.14 et des températures plus basses permettent de l'améliorer. A priori, les performances à 2 K sont satisfaisantes, mais on sait qu'une marge de manoeuvre supplémentaire peut être obtenue de cette façon.

1.3.4 Génération de la RF : principe du klystron

Jusqu'à présent, la RF a été supposée établie dans la cavité, mais sa génération n'a pas encore été évoquée. Le principe est le contraire de celui d'une cavité accélératrice. Au lieu d'utiliser une RF pour accélérer un faisceau de particules, dans un klystron, un faisceau pulsé excite une cavité, engendrant ainsi la RF.

Un faisceau continu d'électrons est produit par un canon, comme dans un tube de télévision. La tension d'accélération est inférieure à 500 kV mais l'intensité du faisceau est élevée, de l'ordre de quelques centaines d'ampères. Comme représenté sur la Fig. 1.15, le faisceau pénètre ensuite dans une cavité excitée par un signal de faible puissance, l'ensemble est ajusté sur une fréquence choisie. Selon la phase de l'onde lorsque les électrons passent dans cette cavité d'entrée, ils sont plus ou moins accélérés. La modulation de leur vitesse ainsi obtenue se traduit lors de la traversée du tube à dérive en une modulation temporelle, autrement dit des paquets d'électrons se forment. Le faisceau pulsé excite la cavité de sortie à la fréquence choisie, créant la RF qui est transférée ensuite vers l'accélérateur. Les électrons sont enfin arrêtés dans le collecteur.

En pratique, plusieurs faisceaux parallèles peuvent être utilisés (Fig. 1.16). L'efficacité atteinte est de l'ordre de 70%. Chaque klystron alimente 3 modules, soit 36 cavités, ce qui représente 286 klystrons par bras de l'accélérateur.

1.4 Pourquoi choisir un accélérateur linéaire?

Un électron se déplaçant à une vitesse proche de celle de la lumière et dévié par un champ magnétique émet un rayonnement électromagnétique. Il s'agit de la radiation synchrotron. Pour un électron d'énergie donnée E décrivant une orbite circulaire de rayon R, le calcul de l'énergie radiée, et donc perdue, par tour donne :

$$\delta E = 6 \times 10^{-15} \frac{\gamma^4}{R} \tag{1.43}$$



FIG. 1.14 – Test des prototypes des cavités de TESLA. Le facteur de qualité est représenté en fonction du champ accélérateur à 2 K (en haut) ou à différentes températures (en bas) [7]. Le point de fonctionnement prévu pour l'accélérateur est représenté par un cercle.



FIG. 1.15 – Schéma d'un klystron.



FIG. 1.16 – Schéma et photo de klystrons multifaisceaux pour TESLA produits par THALÈS.

où R est en mètres et E en MeV. Le calcul est effectué dans l'Appendice 1.9.6.

On peut illustrer le résultat 1.43 en notant que pour un faisceau d'électrons de 45 GeV, un électron dans LEPI perdait 117 MeV par tour et 2850 MeV dans LEPII. On peut également remarquer que le rayon pour lequel un électron rayonne la totalité de son énergie ($\delta E/E=1$) varie comme E^3 , il vaut environ 100 m pour 100 GeV, 100 km pour 1 TeV et le rayon de la terre pour 4 TeV. Le rayonnement synchrotron dans un accélérateur circulaire, en plus de faire perdre de l'énergie au faisceau, pose des problèmes de radiation dans le tunnel. Bien sûr, accélérer une particule plus lourde permet de limiter les pertes par rayonnement synchrotron. Un proton dans le LHC ne perd que 0.007 MeV par tour, car le proton est 2000 fois plus lourd que l'électron. Si cette perte est négligeable par rapport à l'énergie du faisceau, il doit cependant être pris en compte dans le LHC où le rayonnement synchrotron qui frappe les parois du tube à vide est responsable du nuage d'électrons [8].

Pour garder l'avantage d'accélérer des partons et l'idée d'une machine circulaire, une solution serait de remplacer les électrons par des muons [9] mais cette solution demande encore beaucoup de développements techniques.

Il apparaît donc clairement que l'énergie perdue par rayonnement synchrotron limite considérablement l'énergie que peut atteindre une machine circulaire à électrons. L'avantage d'une machine linéaire se voit également renforcé par l'aspect financier du projet. En effet, l'énergie perdue à cause du rayonnement synchrotron doit être remplacée par les cavités radio-fréquence qui représentent la plus grande part du budget d'un collisionneur circulaire.

La formule 1.43 indique que le coût du système de cavités radio-fréquence est proportionnel à l'énergie du faisceau à la puissance 4. En revanche, le coût d'un accélérateur linéaire va croître comme l'énergie du faisceau, il suffit d'ajouter des cavités accélératrices. Le facteur de proportionnalité dépend du gradient d'accélération du faisceau qui peut aller de 35 MV/m pour des cavités supraconductrices à 100 MV/m pour un accélérateur comme CLIC [10]. L'accélérateur sera d'autant plus cher qu'il doit être long donc que le gradient d'accélération est faible. Toutefois, on ne parle ici que du coût de construction. Il est nécessaire de tenir également compte du coût de fonctionnement. Le coût de fonctionnement dépend de la puissance du faisceau que l'on souhaite obtenir. Comme il a été vu dans la partie 1.3.1, la puissance dissipée, en plus de l'énergie, dépend de l'intensité et de l'efficacité, et plusieurs dizaines de MW sont nécessaires au fonctionnement de l'accélérateur.

1.5 Les défis

Même s'il est maintenant évident que le prochain accélérateur d'électrons ne peut être que linéaire, la question de la faisabilité d'un tel accélérateur reste entière. Bien que jusqu'à présent beaucoup de références à des anneaux de collision passés ou présents aient été faites, il ne faut pas oublier que le Stanford Linear Collider(SLC), représenté sur la Fig. 1.17, du laboratoire SLAC a fonctionné de 1986 à 1996 et a montré à la fois la faisabilité et l'intérêt d'un tel accélérateur. Toutefois, c'est la faisabilité de la génération suivante d'accélérateurs linéaires qui est discutée ici. En effet, la table 1.1 résume les principales caractéristiques du SLC et les objectifs à atteindre pour l'accélérateur linéaire à venir. Sur chacun des paramètres le pas à franchir par rapport au SLC est loin d'être négligeable et en particulier, les quatre ordres de grandeur à gagner en luminosité.



FIG. 1.17 – Schéma du SLC au laboratoire SLAC

1.5.1 En énergie

L'énergie du centre de masse d'un collisionneur est un des paramètres fondamentaux puisque le potentiel de physique et surtout de découvertes de la machine en découlent. Cet aspect est donc discuté plus avant dans la section 2. Toutefois quelle que soit l'énergie dans le centre de masse atteinte, elle doit pour être utile s'accompagner d'une luminosité suffisante. Or les contraintes techniques pour atteindre la luminosité attendue de quelques $10^{34} cm^2 s^{-1}$ comme le présente la table 1.1 imposent l'essentiel des paramètres du futur collisionneur linéaire.

		SLC	futur collisionneur linéaire	unit é
énergie dans	E	100	500-1000	GeV
le centre de masse	Dem	100	000 2000	50,
puissance du faisceau	$P_{faisceau}$	0.04	5-20	MW
taille verticale du faisceau	σ*	500	1.5	nm
au point d'interaction	O_y	500	1-0	11111
énergie perdue	dE	0.02	2 10	07
par beamsstrahlung	\overline{E}	0.05	5-10	70
luminosité	${\cal L}$	0.0003	3	$10^{34} cm^{-2} s^{-1}$

TAB. 1.1 – Les principaux paramètres du SLC et les objectifs d'un futur collisionneur linéaire.

1.5.2 En luminosité

La luminosité \mathcal{L} est le nombre caractéristique d'un collisionneur qui multiplié par la section efficace σ donne le nombre d'événements par seconde $N = \mathcal{L} \times \sigma$. Les dimensions de la luminosité sont $T^{-1}L^{-2}$ et le plus souvent les unités choisies sont les $cm^{-2}s^{-1}$. La luminosité intégrée qui représente la luminosité totale accumulée par le collisionneur en un certain temps se mesure en cm^{-2} ou bien plus couramment en fb^{-1} . Le *barn* est une unité de surface, $1b = 10^{-24}cm^2$ et donc $1fb = 10^{-15}10^{-24}cm^2$.

La luminosité s'exprime en fonction de l'intensité des faisceaux I, de la zone effective de recouvrement des deux faisceaux au point d'interaction A, et du facteur d'amélioration par effet de pincement des faisceaux H_D . Il s'agit d'un facteur caractérisant l'auto-focalisation possible des faisceaux intenses lors des collisions qui est typiquement de l'ordre de 2.

$$\mathcal{L} = \frac{I_1 I_2}{A} H_D \tag{1.44}$$

Dans le cas d'un collisionneur linéaire, les faisceaux sont pulsés et on peut faire l'hypothèse de distribution de paquets gaussienne, l'Eq. 1.44 se réécrit alors :

$$\mathcal{L} = \frac{n_b N^2 f_{rep}}{4\pi \sigma_x \sigma_y} H_D \tag{1.45}$$

où n_b est le nombre de paquets, N le nombre d'électrons par paquet, f_{rep} , la fréquence de répétition, et σ_x et σ_y sont les tailles latérale et verticale respectivement du faisceau.

La luminosité par croisement est un invariant de Lorentz, en effet :

$$\int dt \mathcal{L} = 1/c^2 \int d^4x \sqrt{(J_1 \cdot J_2)^2 - J_1^2 J_2^2)}$$

Pour des faisceaux relativistes, $\int dt \mathcal{L}$ est le recouvrement des distributions spatiales des deux faisceaux : $\int dt \mathcal{L} \approx 2d^4x \ \rho_1(x)\rho_2(x)$. Pour des faisceaux identiques et gaussiens , $\int dt \mathcal{L} \approx N^2/(4\pi\sigma_x\sigma_y)$ où N est, comme précédemment, le nombre d'électrons par paquet. Ainsi, en multipliant cette expression par le nombre de paquets par impulsion, par le nombre d'impulsions par seconde et par le facteur de pincement, on obtient l'expression 1.45 pour la luminosité.

Il faut jouer sur un ou plusieurs facteurs de la formule 1.45 pour atteindre les hautes luminosités souhaitées. Toutefois, il apparaît que pour augmenter \mathcal{L} en augmentant un des facteurs du numérateur de 1.45, il faut également augmenter la puissance du faisceau. En effet, que ce soit pour augmenter le nombre d'électrons par paquet, le nombre de paquets ou la fréquence de répétition, il faut fournir plus de puissance à la machine. Ces solutions sont donc limitées par la puissance des faisceaux directement reliée au coût de fonctionnement. Ainsi à puissance donnée, pour augmenter la luminosité délivrée, il ne reste que la possibilité de jouer sur les tailles latérale et verticale des faiceaux. Et ce sont ces derniers paramètres sur lesquels des contraintes drastiques vont être imposées. Cela n'est pas sans conséquences dont plusieurs sont fâcheuses, en particulier à l'échelle macroscopique, et elles sont discutées dans la section suivante. De plus les faisceaux plats sont indispensables pour limiter la disruption lors de la collision. Les ordres de grandeurs à atteindre sont de quelques centaines de nm pour σ_x contre quelques nm pour σ_y .

1.5.3 Des incidences fâcheuses

L'effet sablier

Au niveau du point de croisement, les faisceaux d'électrons et de positrons sont focalisés afin de diminuer le plus possible leurs dimensions latérale σ_x et verticale σ_y . La collision des paquets d'électrons et de positrons est représentée sur la Fig. 1.18. Au point d'interaction, l'émittance latérale normalisée (définie dans le 1.6.2) est $\epsilon = \sigma^* \times \theta^*$. Comme il sera vu ultérieurement, c'est un invariant du faisceau. La "profondeur du foyer", c'est-à-dire, la longeur de la zone de collision où les faisceaux sont encore suffisamment étroits pour que le recouvrement des paquets soit maximal est $\beta^* = \sigma^*/\theta^*$. En utilisant l'expression de l'émittance, il vient que $\beta^* = \sigma^{*2}/\epsilon$. Pour un recouvrement maximal des paquets, il faut qu'un maximum de particules se trouvent au niveau du foyer, soit à moins de β^* du point nominal de collision, il faut donc que les paquets "tiennent" dans cette zone de largeur $2\beta^*$ soit $\sigma_z \leq \beta^*$. En clair, réduire au minimum la largeur du col, $2\sigma^*$, n'a d'intérêt que si conjointement, on diminue de façon importante ϵ ou σ_z .



FIG. 1.18 – Illustration de l'effet sablier.

Le beamsstrahlung

Le beamsstrahlung est un effet dû à la densité colossale des faisceaux. Il s'agit d'un effet dominant par rapport aux photons émis par bremstrahlung par les électrons qui donnent des interactions $\gamma\gamma$ à basse énergie (voir Fig. 1.19.

La densité des paquets d'électrons est responsable d'un champ électromagnétique macroscopique très intense dans lequel vont se retrouver les positrons arrivant en face. Ils vont alors être très fortement déviés et en conséquence émettre des photons énergétiques (> GeV) avant la collision. Le faisceau perd alors de l'énergie : c'est le beamsstrahlung.



FIG. 1.19 – Collisions photon-photon : Les électrons du faisceau peuvent émettre par bremsstrahlung des photons qui entrent en collision.

Les photons émis par beamsstrahlung sont responsables de la création d'un

grand nombre de paires e^+e^- . Ce nuage de paires e^+e^- et de mini-jets est un bruit de fond d'interaction qui vient compliquer la détection des particules à l'avant du détecteur et dans la couche interne du détecteur de vertex. De plus, la perte d'énergie des faisceaux entraine une diminution de l'énergie dans le centre de masse et un spectre en énergie étalé représenté sur la Fig. 1.20 au lieu du pic attendu pour un collisionneur à électrons.



FIG. 1.20 – À gauche, le spectre de l'énergie dans le centre de masse normalisée à l'énergie nominale. L'échelle verticale est arbitraire. À droite, la fraction du nombre d'événements dont l'énergie dans le centre de masse est supérieure à une énergie donnée normalisée à une énergie nominale (en abscisse).

La perte d'énergie par beamsstrahlung est à faible disruption fonction d'une quantité homogène à une densité de charge et reliée à la dimension du paquet :

$$\frac{\Delta E}{E} \propto \frac{1}{\sigma_z (\sigma_x + \sigma_y)^2} \tag{1.46}$$

Cette formulation n'est valable que pour une faible disruption (voir 1.5.3)

Le champ électrique ou le champ magnétique moyen équivalent induit par les paquets du faisceau peut s'écrire de la façon suivante :

$$\langle B \rangle = B_s \times \frac{5r_e^2 N}{6\alpha_e \sigma_z (\sigma_x + \sigma_y)}$$
 (1.47)

où B_s est le champ de Schwinger et vaut 4.4×10^9 T. C'est le champ électromagnétique dont le travail sur la longeur d'onde de Compton de l'électron correspond à l'énergie au repos d'un électron. Note : La longueur d'onde Compton de l'électron est :

$$\lambda_e = \frac{\hbar}{m_e c} \tag{1.48}$$

un électron virtuel peut exister durant un temps donné par la relation d'incertitude

$$\delta t = \frac{\hbar}{m_e c^2} \tag{1.49}$$

et donc parcourir à la vitesse c une longueur d'onde. Si l'énergie fournie par le champ sur ce parcours est égale à sa masse il devient réel. Le champ de Schwinger permet donc de séparer et rendre réelles les fluctuations du vide en paires.

Ainsi le champ magnétique moyen que voient les électrons ou les positrons à l'approche du faisceau opposé valait 0.32 T à LEP, 60 T à SLC et vaudra 360 T à TESLA.

Réduire l'effet de disruption

Les champs induits sur un paquet par la charge du paquet opposé peuvent induire l'éclatement de celui-ci, c'est la disruption. La section 1.5.2 a permis de comprendre pourquoi les tailles transversale et verticale des faisceaux doivent être faibles. Toutefois la formule 1.47 montre que pour avoir un effet de beamsstrahlung minimal, il faut maximiser $\frac{\sigma_x \sigma_y}{\sigma_x + \sigma_y}$ tout en gardant $\sigma_x \times \sigma_y$ constant pour ne pas affecter la luminosité. Ces deux contraintes mènent à un rapport $\frac{\sigma_x}{\sigma_y} \approx 100$ d'où les ordres de grandeurs de la section 1.5.2, quelques centaines de nm pour σ_x contre quelques nm pour σ_y (voir Fig. 1.21). Autrement dit, les particules d'un paquet ne voient localement que le champ créé par les particules du faisceau opposé à leur voisinage dans la largeur plate. Un faisceau rond crée au contraire un champ induit de toutes les particules qui le composent.



FIG. 1.21 – Schéma des faisceaux en lames de rasoir.

1.6 Les éléments du collisionneur

1.6.1 Vue d'ensemble de TESLA

Le schéma du complexe d'accélération et le design actuel de TESLA sont représentés sur les Fig. 1.22 et 1.23. Au centre se trouve le détecteur. De part et d'autre sont représentées les chaines de création et d'accélération des électrons et positrons.



FIG. 1.22 – Schéma du complexe d'accélération de TESLA.

Le faisceau d'électron est créé à l'aide d'une photocathode éclairée par un laser. Les électrons émis passent dans un linac "standard" puis sont accélérés jusqu'à 5 GeV à l'aide de structures accélératrices identiques à celles utilisées dans l'accélérateur principal. Ils sont ensuite stockés dans un anneau de refroidissement en forme d'os. Cet anneau permet de réduire l'émittance du faisceau qui n'est pas très bonne à la sortie de la source. Un anneau semblable est nécessaire du côté des positrons et chaque anneau de refroidissement mesure 17 km de long, dimension liée à la longueur d'un train de paquets (qui mesure environ 300 km). Du fait de leur dimension, ces anneaux représentent une fraction non négligeable du coût. Il faut ensuite comprimer les paquets dans les "bunch compressor" afin de limiter le plus possible l'effet sablier, avant d'injecter le faisceau dans l'accélérateur linéaire principal qui a été évoqué précédemment. À sa sortie, un ensemble d'aimants est utilisé pour pincer les faisceaux et obtenir la luminosité voulue au niveau du ou des points d'interactions.

La chaîne d'accélération des positrons est similaire, exceptée la source de positrons. Ces derniers sont produits par des conversions de photons émis par un



FIG. 1.23 – Plan actuel du complexe d'accélération de TESLA.

faisceau d'électrons de 150 GeV traversant un onduleur (voir 1.6.3).

1.6.2 La source d'électrons

Les sources doivent permettre de produire des milliers de paquets d'électrons durant une impulsion longue d'une milliseconde à une fréquence supérieure à 5 Hz comportant 10^{10} particules avec une excellente émittance.

L'émittance est une mesure du volume d'un paquet dans l'espace des phases (soit $\Delta x \Delta p_x \ \Delta y \Delta p_y \ \Delta z \Delta p_z$). Si le hamiltonien ne dépend pas explicitement du temps, le théorème de Liouville dit que cette quantité est conservée au cours du temps. On peut réduire cette définition à une seule dimension et introduire l'émittance dans la direction x, $\Delta x \ \Delta p_x$. L'émittance normalisée dans la direction x, définie comme $\epsilon_x = \Delta x \ \Delta p_x/E$, équivaut dans le cas relativiste à $\Delta x \Delta \theta_x$. Dans toute la suite, toutes les émittances sont normalisées. Dans le cas de TESLA, des émittances très faibles sont requises : $\epsilon_{x,y} = 10^{-6}$, 10^{-8} m.

Comme expliqué dans la partie physique de ce document, il est très intéressant de produire des faisceaux polarisés et les sources de positrons et électrons doivent pas conséquent l'être également.

Les techniques pour obtenir des électrons et positrons polarisés sont très différentes. En ce qui concerne les électrons, on utilise une photocathode cristalline en arséniure de gallium (GaAs) qui est un semi-conducteur. Le passage d'un électron de la bande de valence du cristal pour atteindre la bande de conduction (voir Fig. 1.24) sous l'impact d'un photon s'appelle la photoémission. L'électron ayant suffisament d'énergie diffuse vers la surface pour atteindre le vide [11]. Ce cristal a une structure de bande directe : le maximum de la bande d'énergie de valence et le minimum d'énergie de la bande de conduction coïncident avec le point de la zone de Brillouin (l'espace réciproque du réseau [12]) où le vecteur d'onde de l'électron est nul [15]. Les niveaux sont séparés de 1.46 eV. Le moment orbital de l'électron au point Γ vaut l = 0 sur la bande de conduction et l = 1 sur la bande de valence. La bande de conduction correspond à un état $S_{1/2}$ dégénéré deux fois en énergie ($m_j = \pm 1/2$). Sur la bande de valence, à cause du couplage spinorbite, il y a deux états différents : $P_{3/2}$ et $P_{1/2}$ respectivement dégénérés quatre


FIG. 1.24 – Diagramme des niveaux d'énergie du GaAs dans la zone de Brillouin.

fois $(m_i = \pm 3/2, \pm 1/2)$ et deux fois $(m_i = \pm 1/2)$ en énergie. Cet échantillon est éclairé par un faisceau laser polarisé circulairement avec un moment angulaire dans le sens du vecteur d'onde \overline{k} (hélicité 1). D'après les règles de sélection, seules les transitions vérifiant $\Delta m_i = \pm 1$ sont permises. Avec un laser de longueur d'onde de 840 nm, l'énergie correspond à l'écart entre les bandes de valence et conduction. Par conséquent, les transitions possibles sont entre $m_i = -3/2$ de la bande de valence à $m_i = -1/2$ de la bande de conduction et entre $m_i = -1/2$ et $m_i = 1/2$. La polarisation des électrons obtenue dépend des probabilités relatives de ces deux transitions. Un calcul utilisant les coefficients de Clebsch-Gordan [15] montre que la première transition est trois fois plus probable que la seconde. La polarisation définie comme $P = \frac{P_+ - P_-}{P_+ + P_-}$ vaut alors $\frac{1-3}{1+3} = 50\%$. On peut obtenir une polarisation plus élevée en utilisant un cristal de GaAs contraint. La symétrie du réseau est modifiée et un écart entre les niveaux d'énergie $P_{3/2}(m_i = \pm 3/2)$ et $P_{3/2}(m_i = \pm 1/2)$ d'environ 0.1 eV est créé. Il est alors possible d'ajuster l'énergie des photons incidents de façon à ne pomper que les états $m_j = \pm 3/2$. Avec cette technique, une polarisation de 100% est théoriquement possible. En pratique, une polarisation d'environ 90% peut être obtenue, la dépolarisation se fait lors de la diffusion des électrons vers la surface.

Un schéma du dispositif expérimental est représenté sur la Fig. 1.25 :le cristal de GaAs a été élevé sur un cristal de maille différente pour le contraindre. Il est éclairé sous incidence pratiquement normale par un laser polarisé circulairement à une longueur d'onde de 840 nm pulsé pour obtenir une structure en paquet. Un vide poussé d'au moins 10^{-11} mbar doit être maintenu pour ne pas dégrader la photocathode trop rapidement. Le cristal de GaAs a un autre inconvénient : il ne supporte pas les champs électriques très élevés. C'est pour cette raison qu'une tension relativement faible de 120 kV est utilisée pour extraire les électrons. C'est



FIG. 1.25 – Dispositif de la source d'électrons.

assez gênant, car il faut extraire des bouffées importantes d'électrons. Or si la tension d'accélération n'est pas assez élevée, la charge d'espace fait exploser les nuages d'électrons et augmente l'émittance.

On doit donc trouver un compromis entre la polarisation, qui demande une faible tension d'accélération et la luminosité qui demande, elle, une forte tension d'accélération afin de maintenir une faible émittance. L'émittance obtenue en pratique est de l'ordre de $\epsilon_n = 10^{-5}$ m. Il faut donc gagner un facteur 10 dans le plan x et un facteur 500 dans le plan y.

1.6.3 Création des positrons

Pour créer des positrons, la méthoe usuelle est d'envoyer un faisceau d'électrons sur une cible. Les photons émis par Bremsstrahlung créent sur une deuxième cible située en aval des paires électron-positron. À l'aide d'un champ magnétique, électron et positron sont séparés et seuls ces derniers sont conservés.

Toute la difficulté consiste à créér une source de positrons polarisés. La méthode envisagée est d'utiliser pour ce faire un onduleur (voir Fig. 1.27), c'est-àdire une structure périodique de champs électriques ou magnétiques alternés, par exemple avec une succession d'aimants permanents.

Schéma ultra simplifié d'onduleur : Supposons un champ électrique de la forme suivante :

$$E_x = 0; E_y = E_0 \cos(kz); E_z = 0,$$

avec $\lambda = 2\pi/k$ le pas de l'onduleur dans lequel arrivent des électrons avec la vitesse $\beta = \frac{p_e c}{E_e}$. On se place dans le système de l'électron, qui ressent un champ électromagnétique $B'_x \approx E'_y = \gamma E_0 \cos k(\gamma z' + \beta \gamma t')$. À haute énergie ($\beta = 1$),



FIG. 1.26 – En haut : graphes de l'émission d'un photon par Bremsstrahlung (à gauche) et conversion de photon (à droite). En bas, dispositif pour la création de positrons.



FIG. 1.27 – Création d'une source de photons polarisés à l'aide d'un onduleur.

c'est équivalent à une onde plane de vecteur d'onde $k\gamma$ ou à un ensemble de photons polarisés linéairement d'énergie $E'_{\gamma} = h\gamma c/\lambda$. On s'intéresse à la diffusion Compton de ces photons sur l'électron et plus précisément aux photons rétrodiffusés. Si l'énergie des photons est négligeable devant la masse de l'électron, ils repartent avec une énergie égale à leur énergie incidente [16], $E'_{\gamma} = h\gamma c/\lambda$. En repassant dans le référentiel du laboratoire, les photons prennent un boost γ et leur énergie est donc $E_{\gamma} = h\gamma^2 c\lambda^{-1}$.

Ainsi avec une structure de pas de 1 mm et des électrons de 150 GeV, $\gamma = 3.10^5$, 1 mm correspond à 10^{-3} eV on obtient des photons d'énergie $E_{\gamma} = 90$ MeV.

Si les aimants permanents de l'onduleur sont disposés selon une structure hélicoïdale, le faisceau de photons obtenu a une polarisation circulaire.

Une vision alternative du même phénomène consiste à expliquer cette émission par la radiation synchrotron émise par les électrons déviés par les champs dans l'onduleur [13]. Seuls les photons d'énergie $h\gamma^2 c\lambda^{-1}$ survivent, les autres sont tués par interférence destructive.

Dans le cas de TESLA, l'onduleur crée un faisceau de photons de 30 MeV qui vient frapper une cible de $0.4 X_0$ d'épaisseur pour produire les paires $e^+e^$ qui gardent un souvenir de la polarisation du faisceau de photons. Le faisceau obtenu est polarisé à environ 60%. Une cible mince réduit la diffusion, ce qui permet de limiter l'émittance du faisceau, très élevée (10^{-2} m) , mais cela pose des problèmes techniques car une puissance de 5 kW est déposée dans la cible. Plus grave, une énergie incidente de 150 GeV est nécessaire. Pour des raisons pratiques, c'est le linac des électrons qui alimente cette source (voir Fig. 1.23), or dans la configuration GigaZ, il faut une énergie du faisceau bien plus faible. Il faut alors trouver une solution pour ralentir les électrons. Une alternative consiste à réduire le pas de l'onduleur. Avec des structures macroscopiques telles que des aimants, on ne peut guère descendre en dessous d'un pas d'un millimètre. Des structures plasmas avec un pas d'un micron peuvent être envisagées.

Après sélection des positrons, le faisceau est accéléré pour atteindre une énergie de 5 GeV et injecté dans un anneau de refroidissement.

1.6.4 Les anneaux de refroidissement

Les anneaux de refroidissement permettent de diminuer l'émittance des faisceaux. L'évolution temporelle de l'émittance peut se modéliser de la façon suivante [14] :

$$\epsilon_f \approx \epsilon_{eq} + (\epsilon_i - \epsilon_{eq}) \exp\left(-\frac{2T}{\tau_D}\right)$$
(1.50)

où T est le temps de stockage dans les anneaux, et τ_D le temps de refroidissement qui vaut : $\tau_D = 2E/P_{\gamma}$ avec P_{γ} la puissance rayonnée par un électron donnée par l'Eq. 1.81. Le temps de refroidissement τ_D varie donc comme ρ^2/E^3 . Les émittances initiale et d'équilibre sont notées ϵ_i et ϵ_{eq} . Sachant que l'émittance initiale du faisceau de positrons est de 0.01 m et quelle doit être réduite à 2.10^{-8} m on déduit des équations précédentes qu'il faut 8 τ_D pour obtenir une émittance correcte, à condition que l'émittance d'équilibre soit suffisament faible. Ce point sera discuté ultérieurement.

L'émission synchrotron d'un électron accéléré est à la base du principe du refroidissement. Dans l'espace de phase longitudinal, la dispersion diminue car les particules subissent des oscillations synchrotrons dans le potentiel focalisant de la RF. Les particules les plus énergiques radient plus d'énergie dans les courbes ce qui les ramène à l'énergie d'équilibre. Lorsque celle-ci est atteinte, la fréquence de rotation correspond à celle de la RF, ce qui est le principe du synchrotron.

Dans l'espace de phase transverse, le même principe est utilisé. Les particules subissent des oscillations autour de l'orbite théorique circulaire. Les photons sont radiés dans un cône étroit d'angle $1/\gamma$ colinéairement à la direction du mouvement. L'énergie perdue est rétablie par le champ accélérant des RFs sous forme d'impulsion longitudinale, comme représenté sur la Fig. 1.28.



FIG. 1.28 – Principe du refroidissement transverse : l'impulsion oblique perdue par émission d'un photon est remplacée par de l'impulsion longitudinale fournie par la cavité accélératrice.

Au LEP, pour une énergie de 90 GeV, la perte d'énergie par rayonnement était de 15000 GeV/s ce qui donnait un temps de refroidissement de 12 ms. Soit maintenant, un véritable anneau de refroidissement. Si l'énergie est de 2 GeV et que le champ magnétique appliqué est de 0.13 T, ce qui correspond à un rayon de 50 m, la puissance perdue, P_{γ} , est 27 GeV/s, ce qui donne un temps de refroidissement de 148 ms. Ainsi, plusieurs centaines de millisecondes seraient nécessaires pour obtenir une bonne émittance. La solution consiste à augmenter la puissance perdue par émission synchrotron en plaçant des onduleurs dans les portions droites de l'accélérateur comme indiqué sur la Fig. 1.29, ce qui permet d'augmenter d'un facteur 30 P_{γ} diminuant ainsi fortement le temps de refroidissement.

Comme cela vient d'être évoqué, l'émission synchrotron est la base du refroidissement des faisceaux. Malheureusement, c'est également l'origine des limi-



FIG. 1.29 – Schéma d'un anneau de refroidissement, l'ajout d'onduleurs (wiggler) dans une portion droite permet de diminuer le temps refroidissement.

tations de cette technique. Considérons tout d'abord la situation dans le plan horizontal. Supposons qu'un électron soit sur une orbite parfaitement circulaire, comme sur la Fig. 1.30, lorsqu'il émet un photon par radiation synchrotron, il perd un peu d'énergie qui n'est pas aussitôt restituée par les cavités accélératrices et il se met donc à effectuer des oscillations β dans le plan horizontal. Ainsi, dans le plan horizontal, la variation de l'émittance, ϵ_x obéit à l'équation différentielle suivante :

$$\frac{d\epsilon_x}{dt} = Q - \frac{2}{\tau_D}\epsilon_x \tag{1.51}$$

le premier terme correspond à l'augmentation d'émittance due aux oscillations β , et le second est le terme de refroidissement. Le facteur Q dépend de l'énergie et du champ magnétique le long de l'anneau. À l'équilibre, $\frac{d\epsilon_x}{dt} = 0$, et par conséquent, l'émittance horizontale vaut $\epsilon_{x,eq} = \frac{1}{2}Q\tau_D$. La résolution de cette équation différentielle conduit directement à l'Éq. 1.50.

Dans la mesure où l'émission de photons ne se fait que dans le plan horizontal, le terme Q de l'Eq. 1.51 est absent de l'équation dans le plan vertical, et par conséquent, l'émittance verticale est beaucoup plus faible que l'horizontale : les anneaux de refroidissement produisent naturellement des faisceaux plats. L'émittance dans le plan vertical ne peut pas être infinitésimale, elle est limitée par deux effets :

- l'émission des photons n'est pas rigoureusement horizontale, elle se produit dans un cône d'angle $1/\gamma$. De plus, la nature quantique du phénomène n'est plus négligeable dans ce type d'anneau de refroidissement : le recul de l'électron lors de l'émission d'un photon contribue à augmenter l'émittance verticale.
- les défauts de couplage x-y au niveau des optiques font que l'augmentation de l'émittance dans le plan horizontal est en partie reportée dans le plan vertical.

Au final, des émittances de l'ordre de $\epsilon_{x,y} = 10^{-6}, 2.10^{-8} \text{ m}$ sont obtenues.



FIG. 1.30 – Si un électron, initialement sur une orbite circulaire émet un photon, il se met à effectuer des oscillations dans le plan horizontal, augmentant ainsi l'émittance horizontale du faisceau.

1.6.5 Compression des paquets

L'émittance longitudinale, qui est le produit de la longueur des paquets et de la dispersion [14] en énergie des particules dans le faisceau, est directement liée à la structure des anneaux de refroidissement. La longueur des paquets à la sortie de ceux-ci est de quelques millimètres. Il faut donc les compresser et gagner un facteur 40 pour ramener la longueur des paquets à une centaine de micromètres pour limiter l'effet sablier. C'est le rôle des "compresseurs de paquets" situés juste avant le LINAC principal. Le principe consiste à échanger une dispersion longitudinale des paquets contre de la dispersion en énergie. On fait passer chaque paquet dans une cavité RF en faisant en sorte que les particules à l'avant du paquet soient freinées, celles au milieu voient leur énergie inchangée, et celles de la fin du paquet sont accélérées (voir la Fig. 1.31). Le paquet est ensuite injecté dans un système dispersif de sorte que le temps de parcours des particules les plus énergétiques (initialement à l'arrière) soit plus court que celui des particules les moins énergétiques (initialement à l'avant), diminuant ainsi l'écart temporel entre le début et la fin du paquet. Le paquet a donc bien été comprimé, mais au passage, la dispersion en énergie a été augmentée. Il n'est pas possible de gagner sur les deux tableaux car le théorème de Liouville dit que le volume dans l'espace des phases doit être conservée. En fait, toute l'opération consiste en une rotation de l'espace des phases (voir Fig. 1.31) et [14].



FIG. 1.31 – Principe de la compression des paquets.

1.6.6 Focalisation finale, qualité des faisceaux

Afin d'obtenir une bonne focalisation finale, la dispersion en énergie des faisceaux est réduite par des corrections chromatiques qui ne sont pas décrites ici.

Le maintien de la stabilité des faisceaux est un enjeu important. Il faut en effet maintenir une émittance très faible sur les kilomètres du linac ce qui contraint fortement les tolérances sur la qualité des champs et sur l'alignement, ces dernières varient comme ω_{RF}^3 et sont de l'ordre de 1 µm. Or les systèmes optiques habituellement employés permettent d'atteindre une précision de 100 µm.



FIG. 1.32 – Alignement des éléments de l'accélérateur à l'aide du faisceau.

L'ajustement précis est réalisé à l'aide des faisceaux (voir Fig. 1.32). Pour ce faire, les éléments de focalisation sont coupés et la position du faisceau est mesurée au moyen de moniteurs de position de faisceaux (BPM). Le centre magnétique des quadripôles et le centre électrique des cavités RF sont ainsi mesurés et déplacés. L'alignement au niveau du point d'interaction a une importance cruciale pour la luminosité et il peut être optimisé train par train. En effet, comme représenté sur la Fig. 1.33, les paquets d'électrons et de positrons, fortement chargés, s'attirent. Chaque paquet est dévié par l'autre et l'angle de déviation entre les deux faisceaux, là encore mesuré à l'aide de BPM permet de déduire le paramètre d'impact entre les faisceaux et de le corriger au moyen d'un aimant "kicker" placé en amont du point d'interaction sur l'un des faisceaux. Cette correction au moyen d'un rétroaction a été mise en œuvre avec succès au SLC.



FIG. 1.33 – Ajustement de l'alignement au point de croisement par rétroaction. La mesure de l'angle entre les paquets sortants permet de mesurer le paramètre d'impact et de le corriger à l'aide d'un aimant de rétroaction (feedback kicker).

Ainsi les premiers paquets d'un train sont utilisés pour corriger l'alignement au point d'interaction.

Une précision du positionnement des éléments de l'accélérateur au niveau du μ m est nécessaire. Or tous ces éléments sont disposés sur le sol qui subit des vibrations qu'il faut par conséquent filtrer. Ici, c'est un filtre qui coupe les bruits basse fréquence dont on a besoin pour éliminer le bruit environnant, c'est-à-dire un filtre passe-haut. Une caractéristique importante des systèmes de rétroaction est le produit de leur gain par leur bande passante. Plus le domaine d'atténuation du filtre est étendu, plus le gain est faible (et donc la correction moins efficace). Le choix du gain est par conséquent guidé par la nature des bruits qu'il faut combattre et en particulier de leur spectre en fréquence. L'accélérateur produit essentiellement un bruit à sa fréquence de fonctionnement soit à 5 Hz. C'est le bruit de l'environnement (voir Fig. 1.34) qui conditionne les caractéristiques du filtre. L'amplitude des vibrations du sol décroît avec la fréquence (en f^2). Au dessus d'1 Hz, les amplitudes de déplacement sont inférieures à 10 μ m et pour les

très basses fréquences sont généralement liées à des ondes à la surface du sol, de longueur d'onde très grande, qui n'entraînent pas de désalignement car tout l'accélérateur se déplace en même temps.



FIG. 1.34 – Spectre des mouvements du sol sur plusieurs sites accueillant des accélérateurs.

1.6.7 Mesure de la luminosité

La mesure de la luminosité est toujours effectuée en sélectionnant des réactions de référence très bien connues théoriquement. Généralement, auprès d'un collisionneur e^+e^- , les diffusions Bhabha sont utilisées. Cependant la section efficace différentielle de ces réactions, intégrée en ϕ , a l'inconvénient de dépendre de l'angle en θ^{-3} . Une très grande précision expérimentale est requise pour les détecteurs de luminosité. Cette réaction, par la mesure de l'acolinéarité entre les deux électrons donne accès au spectre de beamsstrahlung.

L'utilisation de la création de paires W^+W^- dans la voie t par l'échange d'un neutrino (voir Fig. 1.35) est envisagée à haute énergie. Les W sont émis très à l'avant. Les autres canaux de production de paires W^+W^- ne contribuent par dans cette région de l'acceptance.



FIG. $1.35 - \text{Création d'une paire W}^+\text{W}^-$.

1.7 Les faisceaux

Ayant en mains les différents éléments du collisionneur nous pouvons examiner les options qui s'offrent à côté de la machine de base qu'est le collisionneur e^+e^- . La plus essentielle est reliée à la polarisation des faisceaux.

1.7.1 La polarisation

La polarisation des faisceaux est essentielle pour de nombreuses études de physique. En particulier, dans le cadre du GigaZ, c'est-à-dire l'accumulation de milliards d'événements autour du pic du Z⁰, l'utilisation de la polarisation permet une très grande précision pour la mesure de l'asymétrie de spin, A_{LR} (voir le cours de D. Treille, ces proceedings). Ce type de mesure a été effectué à SLC. Comme il a été vu précédemment, le faisceau d'électrons peut être polarisé à mieux que 80%, celui des positrons à 60%. La mesure de la polarisation est un point clef pour la précision de la mesure, une précision au niveau de 0.1% est souhaitable. Les polarimètres permettent d'atteindre 0.25%, mais une précision au niveau de 0.1% peut être obtenue en utilisant des annihilations W^+W^- [17].

1.7.2 La mesure de l'énergie

Au LEP, l'utilisation de la dépolarisation résonante d'un faisceau, polarisé par l'émission de radiation synchrotron (effet Sokolov-Ternov) permettait d'atteindre une précision de 2 MeV sur l'énergie du faisceau [18]. Cette technnique n'est évidemment pas utilisable auprès d'un accélérateur linéaire. C'est un étalonnage de la machine qui sera effectué : le pic du Z⁰ sera utilisé pour calibrer l'accélérateur en se basant sur la mesure de m_Z effectuée à LEP. La précision sur la masse du Z⁰ ne sera donc pas améliorée à TESLA.

1.7.3 e^- contre e^-

Lorsque l'on dispose d'un collisionneur linéaire e^+e^- , il est facile d'en faire un collisionneur e^-e^- . La physique de ces collisions est beaucoup moins riche que celle des collisions e^+e^- , cependant quelques études décrites dans le chapitre physique (2) tireraient parti de cette modification du dispositif. Dans le paragraphe 1.5.2, il a été expliqué que l'effet de pincement résultant de l'attraction entre les paquets d'électrons et de positrons permet d'augmenter la luminosité d'un facteur deux. Inversement, la répulsion entre les paquets d'électrons entraîne une dilatation des paquets qui conduit globalement à une perte de luminosité d'un facteur trois par rapport au cas e^+e^- . Les corrections d'alignement décrites en 1.6.6 doivent être adaptées.

1.7.4 γ contre γ

À partir d'un collisionneur d'électrons, on peut également imaginer faire un collisionneur de photons, créant ainsi une véritable usine à boson de Higgs selon le processus représenté sur la Fig. 1.36. Plus de 20000 bosons de Higgs de $120 \text{ GeV}/c^2$ pourraient être ainsi produits par an à l'aide d'un accélérateur TESLA à 160 GeV. Le principe est simple et illustré sur la Fig. 1.36 : il suffit de bombarder les faisceaux incidents à l'aide de faisceaux lasers polarisés. Les photons réémis emportent une très grande part de l'énergie des électrons incidents (au moins 80%), et sont émis vers l'avant dans un cône d'ouverture $1/\gamma$. On obtient ainsi des collisions frontales de photons.



FIG. 1.36 – Collisions $\gamma\gamma$ obtenues à l'aide de faisceaux d'électrons (à gauche) et processus de création du boson de Higgs auprès d'un collisionneur $\gamma\gamma$ (à droite).

Le spectre de l'énergie dans le centre de masse n'est pas monochromatique, mais en ajustant les polarisations des faisceaux d'électrons et des photons, il est possible de favoriser un pic d'énergie dans le centre de masse (voir Fig. 1.37).

En fait, ce projet comporte plusieurs difficultés techniques majeures. Tout d'abord, comme les photons ne sont pas émis exactement dans l'axe des fais-



FIG. 1.37 – Spectre de luminosité du collisionneur photon-photon en fonction de l'énergie et du spin du système.

ceaux incidents mais avec une légère ouverture, il faut minimiser la distance entre le point de collision photon-photon et les vertex d'émission des photons, sinon la luminosité est fortement diminuée. Ces distances doivent être de l'ordre du centimètre voire de l'ordre de la dizaine de centimètres, mais pas plus. Ainsi, il faut prévoir au milieu du détecteur deux "conduits" pour amener les faisceaux lasers. Ensuite, il faut récupérer les faisceaux d'électrons qui ressortent. Il n'existe pas aujourd'hui de véritable schéma permettant de les recueillir, mais on peut imaginer qu'il faudra prévoir des trous dans le détecteur dans les parties avant.

Pour obtenir une luminosité raisonnable, une forte densité de photons est requise, ce qui nécessite l'utilisation de faisceaux lasers puissants. Dans le cas de l'accélérateur chaud, les lasers requis sont du type de ceux envisagés pour la fusion inertielle. Dans le cas de la solution froide, des lasers de forte puissante concevables aujourd'hui suffisent. En effet, les trains d'impulsion étant très long, on peut recycler le faisceau laser en le piègeant dans un oscillateur représenté sur la Fig. 1.38.

1.7.5 e^{\pm} contre γ

Dès que l'on dispose d'un collisionneur électron-positrons capable de se transformer en collisioneur photon-photon, on peut évidemment également envisager des collisions $e^{\pm} - \gamma$ et explorer les secteurs électrofaible et supersymétrique. Comme dans le cas photon-photon en sélectionnant les polarisations des faisceaux, il est possible de favoriser une gamme d'énergie dans le centre de masse



FIG. 1.38 – Recyclage optique du las er disposé autour du détecteur dans le cas d'un collisionne ur $\gamma\gamma.$

(voir Fig. 1.39).

1.8 Conclusion

Nous voyons donc que nous pouvons disposer avec ce collisionneur de tout une palette de possibilités d'intérêt cependant très variable. La section de physique nous permettra de développer l'impact de ces différentes options sur le potentiel d'étude d'une telle machine.



FIG. 1.39 – Spectre de luminosité du collisionneur électron-photon en fonction de l'énergie et du spin.

1.9 Appendices

1.9.1 Section efficace de collision e^+e^- .

On veut montrer par analyse dimensionnelle, dans des conditions que l'on va préciser, que la section efficace de collision e^+e^- ne peut que décroitre en $\frac{1}{s}$. Les grandeurs dont on dispose sont c, *hbar* mais toutes deux peuvent être prises égales à 1 sans dommage. Il ne reste donc que l'énergie dans le centre de masse \sqrt{s} avec laquelle on veut construire une section efficace de dimension L^2 (et $[L]=[\frac{1}{E}]$) donc la section efficace varie comme $\frac{1}{s}$.

Ce raisonnement n'est valable que si l'énergie dans le centre de masse est la seule quantité pertinente dans le problème. Autrement dit, il faut être loin de toute résonance, ou de seuil de production afin que toutes les masses qui pourraient intervenir soient négligeables par rapport à l'énergie dans le centre de masse.

1.9.2 Résolution de l'équation de propagation

On souhaite résoudre l'équation :

$$\frac{\partial^2 E}{\partial z^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} = 0$$

On pose u = z - ct et v = z + ct, soit $z = \frac{1}{2}(u + v)$ et $t = \frac{1}{2c}(v - u)$.

$$\frac{\partial}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial u} + \frac{\partial}{\partial v}$$
$$\frac{\partial}{\partial t} = c(\frac{\partial}{\partial v} - \frac{\partial}{\partial u})$$

On a alors :

$$\frac{\partial^2}{\partial z^2} = \frac{\partial^2}{\partial u^2} + \frac{\partial^2}{\partial v^2} + 2\frac{\partial^2}{\partial u \partial v}$$
$$\frac{\partial^2}{\partial t^2} = c^2 \left(\frac{\partial^2}{\partial u^2} + \frac{\partial^2}{\partial v^2} - 2\frac{\partial^2}{\partial u \partial v}\right)$$

L'équation de propagation s'écrit alors :

$$\frac{\partial^2 E}{\partial u^2} + \frac{\partial^2 E}{\partial v^2} + 2\frac{\partial^2 E}{\partial u \partial v} - \left(\frac{\partial^2 E}{\partial u^2} + \frac{\partial^2 E}{\partial v^2} - 2\frac{\partial^2 E}{\partial u \partial v}\right) = 0$$
$$\frac{\partial^2 E}{\partial u \partial v} = 0$$

dont toute fonction E = f(u) + g(v) est solution.

1.9.3 Rappel sur les relations de continuité à l'interface entre deux milieux

Sous des conditions de dérivabilité que l'on ne détaillera pas ici, le flux d'un vecteur à travers une surface fermée, S délimitant un volume V, peut se réécrire à l'aide d'une divergence (formule de Green-Ostrogradsky) :

$$\iint\limits_{S} \overrightarrow{A}.\overrightarrow{dS} = \iiint\limits_{V} \overrightarrow{\nabla}.\overrightarrow{A}\,d\tau$$

où $d\tau$ est un élément de volume élémentaire.

De même, la circulation d'un vecteur le long d'un contour C délimitant une surface S, peut se réécrire en utilisant un rotationnel (formule de Stokes-Ampère) :

$$\int_C \overrightarrow{A}.\overrightarrow{dl} = \iint_S (\overrightarrow{\nabla} \times \overrightarrow{A}).\overrightarrow{dS}$$

Appliquons cette deuxième relation à l'équation de Maxwell $\overrightarrow{\nabla} \times \overrightarrow{E} = -\frac{\partial \overrightarrow{B}}{\partial t}$ sur le contour, C défini sur la Fig. 1.40.

$$\int_C \vec{E} \cdot \vec{dl} = \iint_S (\vec{\nabla} \times \vec{E}) \cdot \vec{dS} = -\frac{\partial}{\partial t} \iint_S \vec{B} \cdot \vec{dS}$$

où S est une surface s'appuyant sur le contour C. Lorsque l'on fait tendre le contour C vers la surface du dioptre, pour le rendre infiniment plat, le premier



FIG. 1.40 – Définition d'un contour traversant un dioptre.

terme de l'intégrale se réduit à $\overrightarrow{E}.\overrightarrow{dl_1} + \overrightarrow{E}.\overrightarrow{dl_2} = (\overrightarrow{E}_{T1} - \overrightarrow{E}_{T2})dl$ et le second terme tend vers 0 car la surface S tend vers 0. En effet, le champ \overrightarrow{B} étant fini, son flux à travers S tend vers 0. Ainsi, à la traversée du dioptre, la composante tangentielle du champ électrique est continue : $\overrightarrow{E_{T1}} = \overrightarrow{E_{T2}}$.

On peut de même démontrer que la composante normale de \overrightarrow{B} est continue. Considérons une surface infinitésimale du type "boîte de camembert" traversant une interface telle que définie sur la Fig. 1.9.3.



FIG. 1.41 – Surface utilisée pour démontrer la continuité de la composante normale de \overrightarrow{B} à la traversée d'une interface.

Le flux de \overrightarrow{B} à travers cette surface est nul car $\overrightarrow{\nabla}.\overrightarrow{B} = 0$: $\iint_S \overrightarrow{B}.\overrightarrow{dS} = \iiint_V \overrightarrow{\nabla}.\overrightarrow{B} d\tau = 0$ où V est le volume délimité par la surface S. Le premier terme se décompose comme suit :

$$\iint_{S} \overrightarrow{B}.\overrightarrow{dS} = \overrightarrow{B_{1}}.\overrightarrow{n_{21}}dS + \overrightarrow{B_{2}}.\overrightarrow{n_{12}}dS + \text{flux latéral}$$

où $\overrightarrow{n_{21}}$ et $\overrightarrow{n_{12}}$ sont des vecteurs unitaires normaux sortants de la surface (donc de sens opposé). Lorsque l'épaisseur de la boîte tend vers 0, sa surface tend vers 0 également, le champ magnétique étant fini, le flux latéral tend vers 0 aussi. La formule se réduit donc à $(\overrightarrow{B_1} - \overrightarrow{B_2}).\overrightarrow{n_{21}} = 0$. Ainsi, la composante normale du champ magnétique est continue à la traversée d'une surface.

1.9.4 Détermination de la composante longitudinale du champ électrique dans un guide d'onde cylindrique

Il a été montré que dans le cas d'un guide d'onde cylindrique la composante longitudinale du champ électrique obéit à l'équation $1.18 : \nabla_{\perp}^2 E_{0,z} + k_c^2 E_{0,z} = 0$. Cette équation différentielle peut s'intégrer en séparant les variables, on pose : $E_{0,z}(r,\theta) = R(r)\Theta(\theta)$. En explicitant l'opérateur ∇_{\perp}^2 en coordonnées cylindriques, il vient :

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(r\frac{\partial}{\partial r}R\Theta) + \frac{1}{r^2}(\frac{\partial^2}{\partial\theta^2}R\Theta) + k_c^2R\Theta = 0$$

Comme R ne dépend pas de θ , et que Θ ne dépend pas de r :

$$\frac{\Theta}{r}\frac{d}{dr}(r\frac{d}{dr}R) + \frac{R}{r^2}(\frac{d^2}{d\theta^2}\Theta) + k_c^2R\Theta = 0$$

En multipliant par $r^2/R\Theta,$ on constate que l'on peut effectivement séparer les variables :

$$\frac{r}{R}\frac{d}{dr}\left(r\frac{dR}{dr}\right) + k_c^2 r^2 = -\frac{1}{\Theta}\left(\frac{d^2}{d\theta^2}\Theta\right)$$
(1.52)

La seule possibilité pour que cette équation soit vérifiée est que les deux termes de chaque côté du signe égal soient égaux à une constante κ .

L'équation différentielle portant sur θ est simple :

$$\frac{d^2\Theta}{d\theta} + \kappa\Theta = 0$$

On sait d'avance que la fonction $\Theta(\theta)$ doit être 2π -périodique. La constante κ est alors nécessairement positive, sinon les solutions seraient des fonctions hyperboliques qui divergent. Puisque κ doit être positif, on est ramené à l'équation d'un oscillateur harmonique dont les solutions sont de la forme :

$$\Theta(\theta) = A\cos\left(n\theta + \theta_n\right),\,$$

avec $n^2 = \kappa$. On prend la constante A égale à 1, on fera porter la normalisation de la fonction sur R(r). La 2π -périodicité de la fonction Θ implique que n est entier positif ou nul. La phase θ_n est indéterminée.

Réinjectons la conditions $\kappa = n^2$ dans l'Éq. 1.52 :

$$\frac{r}{R}\frac{d}{dr}(r\frac{dR}{dr}) + k_c^2 r^2 = n^2$$

qui devient après multiplication par R:

$$r\frac{d}{dr}(r\frac{dR}{dr}) + k_c^2 r^2 R - n^2 R = 0$$

soit, après développement de la dérivée :

$$r^{2}\frac{d^{2}R}{dr^{2}} + r\frac{dR}{dr} + R(k_{c}^{2} - n^{2}) = 0$$

et l'on reconnaît l'équation différentielle de Bessel [4] dont les solutions sont, dans le cas où n est entier, de la forme :

$$R(r) = a_n J_n(k_c r) + d_n Y_n(k_c r).$$

Dans cette fonction, J_n et Y_n sont les fonctions de *Bessel* du premier et du second type respectivement (voir Fig. 1.4).

Toutes les fonctions de *Bessel* de second type divergent en 0, par conséquent tous les coefficients d_n sont nuls, et la solution générale de l'Éq. 1.18 peut s'écrire :

$$E_{0,z}(r,\theta) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n J_n(k_c r) \cos(n\theta + \theta_n).$$

1.9.5 Résolution complète dans le cas d'un guide cylindrique

Pour un mode TM_{np} donné, après un choix adéquat de l'origine des angles, le champ électromagnétique longitudinal s'écrit

$$E_{0,z} = J_n(k_{c,np}r)\cos\left(n\theta\right) \tag{1.53}$$

et comme on l'a vu, $H_{0,z} = 0$. Il reste à déterminer les quatre dernières composantes des champs \overrightarrow{E} et \overrightarrow{H} .

Considérons tout d'abord la composante selon θ de l'Eq. 1.3. En utilisant l'Eq. 1.19, il vient : $\partial H_{0,r}/\partial z - \partial H_{0,z}/\partial r = \epsilon \partial E_{0,\theta}/\partial t$. Comme $H_{0,z} = 0$, on a :

$$-kH_{0,r} = \epsilon \omega E_{0,\theta} \tag{1.54}$$

Considérons maintenant la composante r de cette même équation : $1/r \ \partial H_{0,z}/\partial \theta - \partial H_{0,\theta}/\partial z = \epsilon \partial E_{0,r}/\partial t$. De façon semblable :

$$kH_{0,\theta} = \epsilon \omega E_{0,r} \tag{1.55}$$

On exploite la composante θ de l'Eq. 1.4 : $\partial E_{0,r}/\partial z - \partial E_{0,z}/\partial r = -\mu \partial H_{0,\theta}/\partial t$; à l'aide du résultat précédent, on obtient :

$$\frac{\partial E_{0,z}}{dr} = \frac{\partial E_{0,r}}{\partial z} + \mu \frac{\partial H_{0,\theta}}{\partial t}$$
(1.56)

$$= \frac{-ik^2}{\epsilon\omega}H_{0,\theta} + \mu i\omega H_{0,\theta} \qquad (1.57)$$

$$= \frac{i}{\epsilon\omega} H_{0,\theta}(-k^2 + \epsilon\mu\omega^2)$$
(1.58)

$$= \frac{ik_c^2}{\epsilon\omega} H_{0,\theta} \tag{1.59}$$

Enfin, on utilise l'Eq. 1.2 qui implique $\overrightarrow{\nabla}.\overrightarrow{H_0} = 0$. En coordonnées cylindriques, la divergence s'exprime de la façon suivante :

$$\overrightarrow{\nabla}.\overrightarrow{A} = \frac{1}{r}\frac{\partial(rA_r)}{\partial r} + \frac{1}{r}\frac{A_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial A_z}{\partial z}$$

Ainsi, puisque $H_{0,z} = 0$:

$$\frac{\partial H_{0,\theta}}{\partial \theta} = -\frac{\partial}{\partial r} (rH_{0,r}) \tag{1.60}$$

Tous les éléments sont en place pour exprimer les solutions. On sait déjà que

$$E_{0,z} = J_n(k_{c,np}r)\cos\left(n\theta\right) \tag{1.61}$$

$$H_{0,z} = 0 (1.62)$$

 $H_{0,\theta}$ est obtenu à l'aide de l'Eq. 1.59 :

$$H_{0,\theta} = \frac{-i\omega\epsilon}{k_{c,np}} J'_n(k_{c,np}r)\cos\left(n\theta\right)$$
(1.63)

À l'aide des Eq. 1.60 et 1.59, on en déduit, après intégration sur la variable r, que $\frac{\partial E_{0,z}}{\partial \theta} = \frac{-ik_c^2}{\omega \epsilon} (rH_{0,r})$. On obtient donc :

$$H_{0,r} = \frac{-i\omega n\epsilon}{k_{c,np}^2 r} J_n(k_{c,np}r) \sin\left(n\theta\right)$$
(1.64)

Le champ magnétique est désormais entièrement connu. Il reste à déterminer les composantes transverses du champ électrique. La composante selon r, $E_{0,r}$ est obtenue à partir de la relation 1.55 appliquée à l'Eq. 1.63 :

$$E_{0,r} = \frac{-ik}{k_{c,np}} J'_n(k_{c,np}r) \cos(n\theta)$$
(1.65)

Finalement, l'utilisation de l'Eq. 1.54 dans l'Eq. 1.64 donne :

$$E_{0,\theta} = \frac{ikn}{k_{c,np}^2} J_n(k_{c,np}r)\sin\left(n\theta\right)$$
(1.66)

1.9.6 Énergie rayonnée par un électron sur une orbite circulaire

On adopte dans la suite les notations usuelles de relativité pour démontrer le résultat précédent : $\beta = \frac{v}{c}$ et $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}$

Le flux d'énergie qui traverse une surface unitaire suivant la direction \overrightarrow{S} est donné par le vecteur de Poynting

$$\vec{S} = \frac{1}{\mu_0} (\vec{E} \times \vec{B}) \tag{1.67}$$

L'énergie reçue dans un angle solide $d\Omega$ dans la direction \overrightarrow{n} et à une distance r de la source est :

$$\frac{dP}{d\Omega} = r^2(\overrightarrow{S}.\overrightarrow{n}) \tag{1.68}$$

Pour obtenir l'énergie rayonnée, par unité de temps, de l'électron donnée par l'expression 1.43, il faut tenir compte du temps nécessaire pour que le rayonnement parcoure la distance qui sépare les points d'émission et de réception. Le



FIG. 1.42 – Un observateur reçoit à l'instant t le rayonnement émis à l'instant antérieur t^\prime

rayonnement arrive à l'observateur à un temps retardé t:

$$t = t' + \frac{R(t')}{c}$$
(1.69)

$$\frac{dt}{dt'} = 1 - \overrightarrow{n} \cdot \overrightarrow{\beta} \tag{1.70}$$

(1.71)

Il vient que l'énergie rayonnée par unité de temps de l'électron est :

$$\frac{dP}{d\Omega}(t') = \frac{dP}{d\Omega}(1 - \overrightarrow{n}.\overrightarrow{\beta})$$
(1.72)

Pour pouvoir continuer le calcul, il est maintenant nécessaire de connaître les champs électrique \vec{E} et magnétique \vec{B} . Il s'agit d'un calcul long qui fait appel aux potentiels de Liénard-Wiechert. Seul le résultat est donné ici. On trouve la démonstration dans tout bon livre d'électromagnétisme ([13] et [16]).

$$\vec{E} = \frac{e}{4\pi\epsilon_0} \left[\left(\frac{\vec{n} - \vec{\beta}}{\gamma^2 r^2 (1 - \vec{n} \cdot \vec{\beta})^3} \right)_{ret} + \left(\frac{\vec{n} \times \left[(\vec{n} - \vec{\beta}) \times \vec{\beta} \right]}{r(1 - \vec{n} \cdot \vec{\beta})^3 c} \right)_{ret} \right]$$
(1.73)

$$\vec{B} = \frac{e}{4\pi\epsilon_0 c} \Big[\Big(\frac{\vec{\beta} \times \vec{n}}{\gamma^2 r^2 (1 - \vec{n} \cdot \vec{\beta})^3} \Big)_{ret} + \Big(\frac{\vec{n} \times [\vec{n} \times [\vec{n} - \vec{\beta}) \times \vec{\beta}]]}{r(1 - \vec{n} \cdot \vec{\beta})^3 c} \Big)_{ret}^{(1]}.74)$$

On a également la relation suivante entre \overrightarrow{E} et \overrightarrow{B} :

$$\vec{B} = \frac{\vec{n} \times \vec{E}}{c} \tag{1.75}$$

Les expressions ci-dessus de \overrightarrow{E} et \overrightarrow{B} se composent de deux termes. Or, le premier est proportionnel à $1/r^2$ et le deuxième est proportionnel à 1/r et pour de grandes distances, le terme en 1/r domine. On néglige donc le terme en $1/r^2$ dans la suite. On en déduit que le champ magnétique est orthogonal au champ électrique et au vecteur unitaire \overrightarrow{n} allant de la charge à l'observateur : on a localement une structure d'onde plane. La puissance totale rayonnée est donc :

$$P = \int \frac{E^2}{\mu_0 c} (1 - \overrightarrow{n} \cdot \overrightarrow{\beta}) r^2 d\Omega \qquad (1.76)$$

On montre simplement avec le principe fondamental de la dynamique qu'un électron dans un champ magnétique uniforme a un mouvement circulaire dans le plan perpendiculaire à la direction du champ magnétique de rayon ρ tel que :

$$\frac{1}{\rho} = \frac{eB}{\beta\gamma mc} \tag{1.77}$$

De plus, dans ce cas l'accélération de l'électron a s'écrit :

$$a = \frac{v^2}{\rho} \tag{1.78}$$

$$et \quad \dot{\beta} = \frac{\beta^2 c}{\rho} \tag{1.79}$$

Pour pouvoir calculer l'intégrale 1.76, il faut choisir un cas concret. On peut choisir une base cartésienne telle que la particule, initialement à l'origine, se déplace dans la direction z, ce qui permet de n'avoir qu'une composante pour le vecteur $\vec{\beta}$. En introduisant les angles θ et ϕ , des coordonnées sphériques, il vient pour \vec{n} , les 3 composantes suivantes :

$$\overrightarrow{n} = \left(\begin{array}{cc} \sin\theta & \cos\phi\\ \sin\theta & \sin\phi\\ \cos\theta & \end{array}\right)$$

L'équation 1.76 devient alors :

$$P = \int \frac{e^2 c\beta^4}{(4\pi)^2 \epsilon_0 \gamma^2 \rho^2} \left(\frac{\gamma^2 (1 - \beta \cos \theta)^2 - \sin^2 \theta \cos^2 \phi}{(1 - \beta \cos \theta)^5} \right) d\Omega$$
(1.80)

Il suffit d'intégrer sur tous les angles solides l'équation 1.80 pour obtenir la puissance totale rayonnée émise par un électron :

$$P = \frac{e^2 c \beta^4 \gamma^4}{6\pi\epsilon_0 \rho^2} \approx \frac{e^2 c \gamma^4}{6\pi\epsilon_0 \rho^2}$$
(1.81)

où l'on a supposé un électron ultra-relativiste.

Si l'orbite que suit l'électron est un cercle, on obtient l'énergie per due par tour en multipliant la puissance rayonnée par la durée d'une révolution $T = 2\pi\rho/c$ et l'on arrive au résultat annoncé en 1.43 (il ne reste au lecteur que l'application numérique à faire) :

$$\delta E = \frac{e^2 \gamma^4}{3\epsilon_0 \rho} = \frac{(e\gamma^2)^3 B}{3mc\epsilon_0} \tag{1.82}$$

Bibliographie

- [1] O. Napoly, Couvin (2001).
- [2] P. Tenenbaum, école de Santa Barbara (2003), http://www.desy.de/~njwalker/uspas/coursemat/notes/unit_2_notes.pdf
- [3] T. Plettner et al., Proof-of-principle experiment for laser-driven acceleration of relativistic electrons in a semi-infinite vacuum, Phys. Rev. ST Accel. Beams 8, 121301 (2005)
- [4] Manuel en ligne de Mathematica http://mathworld.wolfram.com/BesselDifferentialEquation.html http://mathworld.wolfram.com/BesselFunctionoftheFirstKind.html http://mathworld.wolfram.com/BesselFunctionoftheSecondKind.html
- [5] Rapport de l'ITRP : http://www.fnal.gov/directorate/icfa/ITRP_Report_Final.pdf
- [6] T. Junquera, Images de la physique, 104(1998)
- [7] C. Pagani, ECFA LC Workshop (2003)
- [8] Cours G. Unal; ces proceedings
- [9] Cours d'A. Blondel; ces proceedings.
- [10] Cours de J.-P. Delahaye; ces proceedings.
- [11] D. Pierce, F. Meier, Photoemission of spin-polarized electrons from GaAs. Phys. Rev. B, 13, 5484 (1976)
 H.-J. Drouhin, Photoemission from activated gallium arsenide. Phys. Rev. B, 31, 372 (1985)
- [12] B. Diu et al., Physique statistique, Hermann.
- [13] Classical electrodynamics; 3rd ed. /Jackson, John David.- New York, NY : Wiley, 1999.
- [14] N. Walker école de Santa Barbara (2003), http://www.desy.de/~njwalker/uspas/coursemat/notes/unit_1_notes.pdf
- [15] S. Escoffier, Mesure précise de la polarisation du faisceau d'électrons à TJ-NAF par polarimétrie Compton pour les expériences G_E^p et $N - \Delta$, thèse de l'université Paris 7.

- [16] A. Rougé Introduction à la relativité, Les éditions de l'École Polytechnique. Ellipses.
- [17] K. Moenig, Polarisation Measurements With Annihilation Data, LC-PHSM-2004-012
- [18] N. Besson et Y. Arnoud, proceedings du cours de P. Janot, Gif 2001

Chapitre 2

La physique auprès d'un collisionneur linéaire

Chapitre revu par F. Beaudette et M. Ridel.

Introduction

Ce sujet a été largement exposé dans le "Technical Design Report" de TESLA [1] et dans de nombreuses autres publications comme le "Resource Book" de Snowmass 2001. Cet exposé ne constitue donc en rien une revue exhaustive mais plutôt une promenade sur les sujets qui ont retenu mon attention (ou celle de ceux que j'ai plagiés).

Les prévisions de physique présentées ici proviennent le plus souvent de simulations rapides du détecteur mais aussi de simulations détaillées du détecteur, en particulier "BRAHMS" développé sur GEANT3 et maintenant "MOKKA" [2], développé sur "GEANT4" [3].

Nous passerons en revue ce que nous savons, ou pouvons espérer voir au collisionneur linéaire entre l'énergie correspondant à la masse du Z et 1 TeV. Après avoir rappelé les contraintes indirectes liées aux effets quantiques, cette revue s'articule selon un ordre qui reflète largement l'énergie dans le centre de masse :

- Refaire le Z avec cent fois plus de statistique,
- Refaire le WW avec cent fois plus de statistique,
- Etudier le top et mesurer précisément sa masse,
- Etudier en détail le boson de Higgs,
- Etudier la diffusion WW,
- Découvrir et étudier la supersymétrie,
- Envisager les lternatives,
- Evoquer les options e^-e^- et $\gamma\gamma$.

2.1 Les mesures de précision

C'est au niveau des corrections quantiques que nous témoignons de notre compréhension tant théorique qu'expérimentale. Elles nous donnent accès, grâce à la précision des mesures, aux effets des boucles et donc à des phénomènes d'énergie bien supérieure à celle du centre de masse. Le premier exemple de cet avantage des collisionneurs électron-positron est celui du top dont la masse fut mesurée avant qu'il ne soit observé, grâce aux dépendances quadratiques en m_t de M_Z , Γ_Z , M_W [4]. Le diagramme 2.1 illustre le mécanisme, la figure 2.2, extraite de Review of particle properties 1998 montre la dépendance avec m_t de la valeur de $sin^2\theta_W$ extraite de ces différentes quantités.



FIG. 2.1 – Correction au Z par une boucle de top.



FIG. 2.2 – Incertitudes à une déviation standard de $\sin^2 \theta_w$ en fonction de la masse du top.

De manière similaire, les mesures de précision électrofaibles contraignent la masse du boson de Higgs (ci-après dénommé simplement Higgs) ou du moins son logarithme, ce dernier point provient de l'existence de la symétrie custodiale du Higgs [5]. La figure 2.3 montre des exemples de diagrammes de corrections liées

au Higgs. La figure 2.4 présente les contraintes sur la masse du Higgs obtenues par un ajustement global du Modèle Standard utilisant toutes les observables possibles. Rappelons aussi la forte dépendance de ces contraintes avec la valeur de α_s qui sera discutée plus loin.



FIG. 2.3 – Exemples de corrections d'ordres supérieurs incluant le boson de Higgs.



FIG. 2.4 – Contraintes des mesures électrofaibles sur la masse du Higgs.

Ces contraintes fournies par des mesures de basse énergie mais de grande précision sont une clef possible au cas où le LHC révèlerait un désert. Notons qu'un déplacement de m_{top} de 4 GeV induit un déplacement de 20 GeV sur m_H .

Le collisionneur linéaire, ci-après dénommé CL, peut-il améliorer ces mesures indirectes ? Oui pour une large part.

2.1.1 Le GigaZ en faisceaux polarisés

Le CL dispose a priori d'une assez grande souplesse pour varier son énergie (vers le bas). Enregistrer des données au Z, très abondantes, est certainement une bonne manière d'étalonner l'accélérateur et le détecteur. Aux luminosités envisagées $(10^{34}cm^{-2}s^{-1})$, il est aisé d'accumuler 100 fois la statistique du LEP, c'est ce à quoi on se réfère sous le vocable de GigaZ. Ceci représente des centaines d'événements par seconde.

La polarisation des faisceaux permet une mesure de l'asymétrie gauche-droite A_{LR} et donc de $sin^2\theta_W$ avec un gain d'un facteur 10.

$$A_{LR} = \frac{1}{P_{beam}} \frac{\sigma_L - \sigma_R}{\sigma_L + \sigma_R} = A_e = \frac{2\nu_e a_e}{a_e^2 + \nu_e^2}$$
(2.1)

Dans la formule P_{beam} désigne la polarisation faisceau, σ_L et σ_R sont respectivement les sections efficaces gauche et droite, v_e et a_e sont respectivement les couplages vectoriel et axial de l'électron au Z. Notons que nous avons omis ici le terme d'interférence avec le photon. Ce peut-être la seule chose à faire si le LHC ne voit rien l'électron de différents facteurs à la connaissance de $sin^2\theta_W$.



FIG. 2.5 – Evolution de l'erreur sur la mesure de $\sin^2\theta_w$. Ici GLC désigne le CL.

Une telle amélioration a un impact considérable sur l'estimation de la masse du Higgs. Mais gagner un facteur 10 en précision demande de juguler nombre de problèmes techniques ardus :

- Comment contrôler l'énergie des faisceaux, sa dispersion, la luminosité, la polarisation des électrons ?

- Comment obtenir et contrôler la polarisation des positrons?

- Est-il possible de basculer vite la polarisation?

Considérons la connaissance de l'énergie : pour extraire $\sin^2 \theta_W$ de la mesure de A_{LR} , l'énergie moyenne doit être connue par rapport à m_Z avec une précision de l'ordre du MeV.

Considérons la polarisation des faisceaux : avec un GigaZ, l'erreur statistique sur A_{LR} est de 4.10^{-5} mais on a :

$$\frac{\Delta A_{LR}}{A_{LR}} = \frac{\Delta P}{P} \tag{2.2}$$

où P est la polarisation. Quelle est la valeur de P au niveau de l'interaction? Avec la polarisation des positrons on peut utiliser le "schéma de Blondel" en mesurant les sections efficaces correspondant aux quatre états de polarisation. Il faut alors que la polarisation absolue des états gauche et droit soit égale par construction mais il faut aussi mesurer cette polarisation avec un polarimètre (Compton) qui suive bien les variations rapides.

Le schéma de Blondel s'écrit comme suit :

$$\sigma = \sigma_u [1 - P_{e^+} P_{e^-} + A_{LR} (P_{e^+} - P_{e^-})]$$
(2.3)

Les P sont les polarisations de chaque faisceau et σ_u est la section efficace non polarisée. On peut mesurer les 4 sections efficaces σ_{++} , σ_{+-} , σ_{-+} , σ_{--} . Résoudre le système d'équations permet d'atteindre une précision du pour mille mais les hypothèses sont fortes : le processus étudié doit être produit strictement par un vecteur en voie s, toute corrélation entre polarisations des électrons et positrons doit être absente, les polarisations absolues entre les deux états doivent être égales.

Au-delà d'une simple mesure de la polarisation longitudinale, celle de la polarisation transverse peut donner accès à une éventuelle violation de CP ou à l'estimation d'une contribution tensorielle [7].

2.1.2 Running de α_s

L'étude de l'évolution de α_s avec l'énergie est intéressante en elle-même comme mise en évidence de la liberté asymptotique, c'est aussi un ingrédient essentiel dans les calculs de corrections radiatives telles celles qui contraignent la masse du Higgs. Le CL pourra fournir plusieurs points précis comme il est illustré sur la figure 2.6 provenant du "Technical Design Report" de Tesla [1].



FIG. 2.6 – Evolution de α_s avec l'énergie.

2.1.3 Masse du W

Les mesures indirectes [8] donnent à 30 MeV près la masse du W, le LEP a fourni une erreur de 35 MeV sur cette masse, on peut attendre du LHC et du Tevatron une mesure à 15 MeV. Avec le CL, on peut l'obtenir par mesure au seuil ou par reconstruction des masses à plus haute énergie. La luminosité nécessaire pour atteindre une erreur statistique inférieure à 5 MeV est considérable et peut nécessiter un an de prise de données. La maîtrise des erreurs systématiques implique un contrôle de l'énergie des faisceaux par rapport au Z au MeV près. On peut réduire le bruit de fond en usant de la polarisation des faisceaux. En effet, au seuil, la production est dominée par la voie t (échange de neutrino) et le couplage ne se fait qu'au seul état $e_L^- e_R^+$.

Ces mesures visent à établir la cohérence entre les mesures directes et indirectes, preuve de la validité de notre compréhension au niveau quantique, ou à mettre en évidence qu'il nous manque des éléments du puzzle.

2.1.4 Masse et propriétés du Top

En sus de la masse du W, la masse du top est un ingrédient essentiel des contraintes sur le Higgs et de l'ensemble des mesures indirectes, or la masse du top n'est connue aujourd'hui qu'à 4 GeV près¹. On peut en effet supposer que le plus lourd des quarks joue un rôle singulier par rapport au Higgs. L'impact de la masse du top dans le cadre du modèle standard et dans celui du modèle supersymétrique minimal (MSSM) est illustré dans la figure 2.7a. Dans le cadre du MSSM, cet impact est également illustré par la mesure de m_A (A est le Higgs pseudoscalaire) connaissant m_h (h est le Higgs scalaire), figure 2.7b [9].

Mais il y a quelques difficultés, théoriques comme la définition de la masse, ou expérimentales. Ainsi l'impact du beamstrahlung (voir la section accélérateur) peut être observé sur la courbe d'excitation du système $t\bar{t}$, voir figure 2.8 [1]. Néanmoins on peut mesurer la masse à mieux que 100 MeV et la largeur à quelques pourcents.

Une propriété particulière du top est de se désintégrer bien avant de s'hadroniser. Ceci implique que sa désintégration va fournir, comme la désintégration du lepton τ , une mesure de son état de spin. On peut ainsi mesurer les couplages du top au Z, vectoriel et axial $(t\bar{t}Z)$, via les mesures d'asymétries et de polarisation. Le couplage au Higgs peut également être mesuré à mieux que dix pourcents via $t\bar{t}H$.

 $^{^1\}mathrm{La}$ précision obtenue en 2008 est en fait de 1,4 GeV



(a) Dans le cadre du modèle standard et du MSSM.

(b) Dans le cadre du MSSM, mesure de m_A connaissant m_h .



2.2 Le Higgs

La mesure précise des propriétés du Higgs est le morceau de choix du CL à basse énergie. On peut lister nombre de mesures possibles :

- Mesure de la masse de recul au Z en e^+e^- ou $\mu^+\mu^-$ ou même en $q\bar{q}$
- Distribution angulaire de Z/H en $\sin^2\theta$ ou section efficace au seuil pour prouver que le spin est bien nul
- Corrélations dans $e^+e^- \rightarrow ZH \rightarrow 4f$ ou $H \rightarrow WW4f$ pour inférer JP=0+
- Test de CP dans $e^+e^- \rightarrow t\bar{t}H$ ou $\gamma\gamma \rightarrow H$ (figure 2.9b) ou dans $H \rightarrow \tau\tau$
- Couplages g_{HZZ} et g_{HWW} extraits de σ_{HZ} et $\sigma_{H\nu\nu}$
- Rapports d'embranchement (BR) du Higgs qui permettent de tester la proportionnalité des couplages aux masses : bb, cc, $\tau\tau$
- $-g_{t\bar{t}H}$ extrait de $e^+e^- \rightarrow t\bar{t}H$ ou $\gamma\gamma \rightarrow H$ (figure 2.9b)
- $-g_{HWW}$ extrait de BR(WW)
- BR $(\gamma\gamma)$ qui teste l'existence de nouvelles particules chargées
- l'autocouplage extrait de $e^+e^- \rightarrow ZHH$ ou $\nu\nu HH$
- Γ_H extrait de $\sigma_{H\nu\nu}$ et BR(WW)
- Mais ces études et l'impact du CL dépendent en partie du scénario :
- le Higgs est-il standard et léger?
- est-il léger mais supersymétrique?
- est-il lourd mais standard, "fat" ou "little", combien de dimensions d'espace?
- est-il absent ? La solution est-elle dans l'existence de nouvelles interactions fortes entre W ou dans l'existence de plus de dimensions ?

Détaillons certains de ces processus.



FIG. 2.8 – Courbe d'excitation du toponium, section efficace en fonction de l'énergie dans le centre de masse.



FIG. 2.9 – Certains modes de production du Higgs, à gauche $e^+e^- \rightarrow \nu \bar{\nu} H$, à droite $\gamma \gamma \rightarrow H$.

2.2.1 Masse

La première mesure à effectuer avec grande précision est celle de la masse. Le canal de production qui permet une signature non ambigüe est le Higgsstrahlung ou radiation de Higgs par un Z (figure 2.10). La section efficace de cette réaction en fonction de l'énergie pour un Higgs de 120 GeV est montrée figure 2.11 à gauche [1]. Il apparaît qu'il est important de choisir une énergie proche du seuil. Ceci est encore illustré figure 2.11 à droite où les sections efficaces sont montrées en fonction de la masse du Higgs pour différentes énergies dans le centre de masse. Un attrait particulier de cette réaction est qu'il suffit d'identifier le Z, par exemple dans sa désintégration en deux muons ou électrons, pour obtenir la masse d'un Higgs non identifié par masse manquante. Remarquons que ceci donne accès aux désintégrations invisibles, dont les produits échappent à toute détection. Ceci est illustré par la figure 2.12 où la queue de la distribution à haute masse correspond à l'effet du beamstrahlung. A 350 GeV dans le centre de masse et pour $500 f b^{-1}$ un Higgs de 120 GeV se désintégrant en $b\bar{b}$ peut être mesuré à 40 MeV près. Pour



FIG. 2.10 – Le processus de Higgsstrahlung. A gauche le diagramme de production, à droite un événement où le Z se désintègre en muons.



FIG. 2.11 – Exemples de sections efficaces e^+e^- (gauche) et section efficace de production du Higgs en fonction de sa masse et de l'énergie dans le centre de masse (droite).



FIG. 2.12 – Observation du Higgs en masse manquante au Z observé en $\mu\mu$.

des masses de 150 ou 180 GeV, la précision respective attendue est de 70 et 80 MeV.

2.2.2 Nombres quantiques / Couplages

L'éventuelle observation de la désintégration $H \to \gamma \gamma$ élimine les nombres quantiques J = 1, C = +, mais on peut aussi mesurer la distribution angulaire qui pour un spin 0 est en $sin^2\theta$. Le spin peut également être déterminé par la section efficace au seuil comme illustré sur la figure 2.13.

Comme il est explicité dans la référence [10], les spin, parité et conjugaison de charge peuvent être extraits de la distribution de l'angle entre les plans de désintégration pour $H \rightarrow 4f$ via deux vecteurs ou par la corrélation entre la direction du Z et son angle de désintégration (plan de production, plan de désintégration) dans le cas de Higgsstrahlung.

Par ailleurs les corrélations de polarisations transverses dans $H \to \tau \tau$ ou $H \to tt$ donnent accès à l'état CP du Higgs [11]. Ceci est illustré dans la figure 2.14. Notons qu'une telle analyse demande une reconstruction soignée des modes de désintégration des taus et en particulier l'identification des modes en π, ρ et a_1 . Ceci fournit des contraintes spécifiques sur la calorimètrie du détecteur.

A supposer qu'un signal ait été observé, comment affirmer qu'il s'agit bien du Higgs? Et de quel Higgs? standard ou supersymétrique? Ce peut être fait via ses rapports d'embranchement. La mesure précise des rapports d'embranchement est donc essentielle. Elle est illustrée par la figure 2.15 [12].

Les précisions envisageables [13] pour une luminosité de $500 f b^{-1}$, à une énergie dans le centre de masse de 360 GeV et pour un Higgs de masse 120 GeV sont



FIG. 2.13 – Section efficace pour la production du Higgs au seuil.



FIG. 2.14 – Corrélation des polarisations transverses des taus de désintégration comme analyseur de l'état CP du Higgs. L'énergie dans le centre de masse est 230 GeV, la réaction est $e^+e^- \rightarrow ZH$ où $H \rightarrow \tau^+\tau^-, \tau^+ \rightarrow \pi\nu, \tau^- \rightarrow \rho\nu$. La courbe noire correspond à la distribution théorique, la rouge inclut le beamstrahlung, la verte correspond aux désintégrations en muons et la bleue aux désintégrations en quarks. La courbe maximum au centre correspond à l'état CP⁻, celle qui est minimum à l'état CP⁺.


FIG. 2.15 – Rapports d'embranchement du Higgs attendus en fonction de sa masse.

canal	BR $\%$	erreur relative			
$b\bar{b}$	68	1,5			
au au	$6,\!85$	4,1			
$c\bar{c}$	3,1	5,8			
gg	7	3,6			
$\gamma\gamma$	0,22	21			
WW	$13,\!3$	2,7			
invisible	$1,\!65$	19			

TAB. 2.1 – Rapports d'embranchement attendus à 360 GeV pour un Higgs de 120 GeV avec 500 fb^{-1} .

présentées dans la table 2.1.

Enfin l'autocouplage du Higgs, observé soit dans $e^+e^- \rightarrow ZHH$ soit dans $e^+e^- \rightarrow \nu\nu HH$ à haute énergie conformément aux diagrammes de la figure 2.16, peut être mesuré à 10%.

On peut résumer les erreurs attendues sur les couplages dans une hypothèse conservatrice par la table 2.2 où elles apparaissent en pourcents.

Notons que l'ensemble des mesures LHC à 14 TeV avec $300 fb^{-1}$ plus CL à 500 GeV pour $500 fb^{-1}$ donne sur le couplage ttH une erreur relative d'environ 15% quelque soit la masse du Higgs alors que le seul CL mais à 800 GeV et pour $1000 fb^{-1}$ est aussi bon que l'erreur statistique seule de la méthode précédente.

Nous reviendrons sur la mesure du Higgs dans l'option d'un collisionneur $\gamma\gamma$ en fin de chapitre.



FIG. 2.16 – Diagrammes d'autocouplage

M_H	ΔM_H	ΔCP	Γ_{tot}	g_{HWW}	g_{HZZ}	g_{Htt}	g_{Hbb}	g_{Hcc}	$g_{H\tau\tau}$	g_{HHH}
120	0,033	3,8	6,1	1,2	1,2	3,0	2,2	3,7	3,3	17
140	0,050		4,5	2,0	1,3	6,1	2,2	$\overline{10}$	4,8	$\overline{23}$

TAB. 2.2 – Erreurs sur les couplages en pourcents.

2.3 Scénario sans Higgs : mesure de la diffusion WW à haute énergie

En l'absence de Higgs, la section efficace $W_L W_L$ diverge. Pour l'éviter, on peut introduire une nouvelle interaction forte qui induit des résonances WW à la QCD (ρ) .

Les diagrammes correspondant apparaissent dans la figure 2.17 et la figure 2.18 illustre le comportement des W dans le détecteur. On a une composante en voie t piquée vers l'avant. L'autre en voie s passe par les Z ou γ , ou par une résonance de spin 1, isospin 1, de type ρ .



FIG. 2.17 – Production de WW

L'observation de cette résonance passe par la mesure de la diffusion $W_L W_L$ à haute énergie. Pour sélectionner la production de résonance, coupant la production en voie t, on observe la variation avec l'énergie machine de la section efficace à l'arrière (lorsque le W^- est émis dans la direction du positron initial), voir figure 2.19 a. La partie longitudinale de la section efficace est tracée en pointillé, la variation attendue dans le modèle standard est en bleu et la présence de ρ induit la courbe rouge.

Pour détecter une résonance WW, on mesure le facteur de forme du W [14]. Le LHC peut observer directement une résonance $W_L W_L$ jusqu'à une masse de



FIG. 2.18 – Evénement WW.

E_{CM} TeV	fb^{-1}	$1.6 \mathrm{TeV}$	"LET"
0,5	300	16σ	3σ
0,8	500	38σ	6σ
1,5	200	204σ	5σ
LHC	100	6σ	5σ

TAB. 2.3 – Sensibilités à une résonance $W_L W_L$.

1,5TeV. La table 2.3 montre la capacité relative du CL et du LHC dans ce domaine pour une résonance de 1,6 TeV ou pour un effet du "Low Energy Theorem".

Suivant Tim Barklow [14], la mesure des amplitudes de diffusion de $e^+e^- \rightarrow WW$ est sensible même aux effets du "Low Energy Theorem" (LET) [15], on attend 15 déviations standard pour une résonance à 1,9 TeV. Une telle masse est au-dessus du seuil tant pour le LHC que pour le CL. En fait le CL résoud une résonance isolée du point défini par le LET jusqu'à 2,5 TeV pour $\sqrt{s} = 500$ et 4,1 TeV pour $\sqrt{s} = 1000 GeV$ bien au-delà de la portée du LHC.

Pour tester d'autres nombres quantiques, on utilise la réaction $e^+e^- \rightarrow \nu\nu WW$ qui est illustrée dans la figure 2.20. On y remarque que l'énergie disponible pour le système WW est bien inférieure à celle du système e^+e^- .

La figure 2.21 montre le diagramme de production de $\nu\nu WW$ mais aussi les diagrammes qui correspondent à des états finaux similaires et qui constituent le bruit de fond : $\nu\nu ZZ$ et $e\nu ZW$. Cette dernière réaction a une section efficace bien plus élevée que $\nu\nu WW$ par un facteur 1000 environ mais est coupée par la présence de l'électron dans le détecteur, en effet en raison de la masse du W



FIG. 2.19 – Section efficace WW à l'arrière.

l'électron ne s'échappe pas systématiquement dans le tube à vide. Ceci souligne l'importance d'une excellente herméticité.

Il reste donc à séparer un système ZZ de WW où les Z et W se désintègrent en hadrons. C'est une question de résolution sur la masse des dijets. L'effet de la différence entre une résolution pour les jets de 0,6 $/\sqrt{E}$ et 0,3 $/\sqrt{E}$ est illustré sur la figure 2.22. Il apparaît que cette différence en résolution est équivalente à un gain en statistique de 40%. On peut conclure que la résolution sur la masse des jets est un point crucial du détecteur.

2.4 La supersymétrie

La supersymétrie est un sujet particulièrement difficile, le grand nombre de paramètres a mené, par souci de simplification, à des sélections quelque peu arbitraires de points de l'espace des paramètres (ainsi SPS1A référé plus bas), mais hors des points retenus la situation peut être très difficile. Ainsi nous avons retenu pour la discussion un modèle de supergravité dit "mSUGRA". Néanmoins rappelons que la supersymétrie offre un cadre à l'unification des interactions et un mécanisme pour engendrer la matière noire, dont "l'observation" fournit de fortes contraintes.

En général, et très naturellement, le CL apporte beaucoup dans l'étude des sleptons et moins pour les squarks.

2.4.1 Contraintes cosmologiques

De la précision naît la compréhension, comme l'illustre l'évolution de COBE à WMAP puis à Planck.



FIG. 2.20 – $Evénement WW\nu\nu$.



FIG. 2.21 – Etude de la diffusion WW

La figure 2.23 gauche montre le fond cosmologique tel qu'il fut observé par COBE en haut puis par WMAP en bas. L'analyse du spectre angulaire de la puissance du bruit de fond cosmologique (figure 2.23 à droite) montre des oscillations dont la première, dite pic acoustique, fournit la valeur de $\Omega_d h^2$ qui est à un facteur près la densité de matière noire.

Dans le cadre de la supersymétrie, que devons nous mesurer, avec quelle précision, pour faire une estimation de la densité relique comparable aux résultats du satellite Planck? Cette densité dépend de manière sensible de la différence de masse entre la particule supersymétrique la plus légère et la suivante par ordre de masse. La cosmologie favorise des scénarios où sleptons et neutralinos sont essentiellement dégénérés. Dans le domaine du CL, la différence de masse typique entre stau et χ est de 5 à 15 GeV. La mesure d'un stau de masse aussi voisine du χ est particulièrement délicate en raison des bruits de fond $\gamma\gamma$.

On peut s'interroger sur le domaine de supersymétrie accessible après avoir appliqué les contraintes extraites de WMAP à un modèle mSUGRA. Comme il est illustré dans la figure 2.24 [6], il ne reste qu'un mince trait bleu. La figure 2.25 montre la cohérence entre les mesures cosmologiques $\Omega_d h^2$ de WMAP puis de Planck et les mesures du LHC et du CL. Clairement seul le CL fournit une



FIG. 2.22 – Séparation ZZ / WW. Pour identifier les bosons, les jets ont été associés en requérant la meilleure égalité des masses. Le nombre de WW et de ZZ est ici égal. L'image de gauche correspond à une résolution équivalente à $60\%/\sqrt{E}$, celle de droite à 30%.



FIG. 2.23 – A gauche le fond cosmologique vu par COBE et WMAP, à droite le spectre en puissance observé par WMAP.



FIG. 2.24 – Le domaine accessible dans le plan m_0 , $m_{1/2}$ pour un modèle mSUGRA après que les contraintes de WMAP ont été appliquées se réduit à l'hyperbole bleue (J. Ellis et al.).

m_0	$100 {\rm GeV}$
$m_{1/2}$	$250 \mathrm{GeV}$
A_0	$-100 \mathrm{GeV}$
tgeta	10
$sign\mu$	+

TAB. 2.4 – Paramètres du point SPS1A.

précision équivalente à celle de Planck.

2.4.2 Résultats en SPS1A

Les résultats rapportés ci-dessous viennent du point SPS1A dont les paramètres sont donnés dans la table 2.4 et qui n'est pas trop éloigné des zones favorisées par la cosmologie. Le spectre des particules en ce point est montré dans la figure 2.26 [16]. On dispose aussi des modes de désintégration.

2.4.3 Mesures de masses

Des ajustements globaux au MSSM tels que ceux du groupe LHC/LC [17] démontrent la complémentarité des deux collisionneurs et le gain en précision obtenu avec le CL. Ceci est illustré dans la table 2.5 qui donne les erreurs sur un certain nombre de masses dans le cadre de SPS1A. On note l'exclusivité du



FIG. 2.25 – Comparaison des informations extraites de la cosmologie et des accélérateurs sur la matière noire.

LHC pour les squarks, hormis le stop, et le gain en précision voisin de 10 apporté par le CL sur les autres mesures. Remarquons que, dans le cas du χ_2^0 , c'est la conjonction des deux, la mesure du CL étayée par la connaissance de la masse du dilepton apportée par le LHC, qui produit une amélioration considérable.

Revenant, dans le cadre de la supersymétrie, sur la mesure des bosons de Higgs autres que h, nous pouvons remarquer que dans un modèle NMSSM (next to minimal supersymmetric model) avec un isosingulet additionel se mêlant aux isodoublets, le couplage ZZH peut être très variable en fonction de la masse m_A comme illustré sur la figure 2.27 [18].

Une autre façon d'illustrer les capacités du CL à dévoiler la supersymétrie apparaît dans la figure 2.28. La figure de gauche montre la capacité relative du CL et du LHC à mesurer la masse du A. La figure de droite montre l'impact de la connaissance des couplages au top et au W sur la prédiction de m_A [19].

2.4.4 Observation des sleptons.

Ils sont produits en voie t par échange de neutralino, χ . Leur masse peut être mesurée soit via le spectre des leptons de désintégration, soit via leur seuil de production, soit même en reconstruisant les cascades de désintégration, par exemple pour χ_2^0 .

La figure 2.29 [20], montre dans le cas de la production de deux smuons, le spectre en énergie des muons pour les désintégrations $\tilde{\mu} \to \mu LSP$ (où LSP désigne "the Lightest Supersymmetric Particle"). Les deux bords de la distribution fournissent les masses du slepton et du LSP. La méthode est adéquate pour les smuons et sélectrons mais pas pour le stau. D'ailleurs la mesure du stau est particulièrement difficile dans les modèles appropriés au mécanisme de coannihilation de la matière noire où stau et LSP sont presque dégénérés.

	m_{SPS1A}	LHC	LC	LHC+LC		m_{SPS1A}	LHC	LC	LHC+LC
h	$111,\!6$	0,25	$0,\!05$	$0,\!05$	Н	$399,\! 6$		$1,5^{*}$	1,5
A	399,1		$1,5^{*}$	1,5	H^+	407,1		$1,5^{*}$	1,5
χ_1^0	$97,\!03$	4,8	$0,\!05$	$0,\!05$	χ_2^0	182,9	4,7	1,2+	0,08
χ_3^0	$_{349,2}$		4,0*	4,0	χ_4^0	370,3	5,1	4,0*	2,3
χ_1^{\pm}	$182,\!3$		0,55+	$0,\!55$	χ_2^{\pm}	$370,\!6$		3,0*	3,0
\tilde{g}	615,7	8,0		$6,\!5$					
\tilde{t}_1	411,8		2,0*	2,0					
\tilde{b}_1	$520,\!8$	7,5		5,7	\tilde{b}_2	550, 4	$7,\!9$		6,2
\tilde{u}_1	$551,\! 0$	19,0		$16,\! 0$	\tilde{u}_2	$570,\!8$	17,4		9,8
\tilde{d}_1	$549,\!9$	19,0		16,0	\tilde{d}_2	576, 4	17,4		9,8
\tilde{s}_1	$549,\!9$	19,0		16,0	\tilde{s}_2	576, 4	17,4		9,8
\tilde{c}_1	$551,\! 0$	19,0		16,0	\tilde{c}_2	$570,\!8$	17,4		$9,\!8$
\tilde{e}_1	$144,\!9$	4,8	$0,\!05$	$0,\!05$	\tilde{e}_2	204,2	5,0	0,2-	$0,\!2$
$ ilde{\mu}_1$	$144,\!9$	4,8	0,2	0,2	$ ilde{\mu}_2 +$	204,2	5,0	0,5	0,5
$ ilde{ au}_1$	135,5	6,5	$0,\!3+$	0,3	$ ilde{ au}_2 +$	$207,\!9$		1,1	1,1
$\tilde{\nu}_e$	188,2		1,2	1,2					

TAB. 2.5 – Ajustements globaux dans le cadre du MSSM au point SPS1A. Les résultats avec * nécessitent une énergie supérieure au CL. Ceux marqués d'un + proviennent d'un scan au seuil en e^+e^- . Ceux marqués d'un - proviennent d'un scan au seuil en e^-e^-



FIG. 2.26 – Spectre au point SPS1A.

2.4.5 Grande unification

Si nous avons un panorama supersymétrique cohérent, à la mSUGRA par exemple, il est possible d'extrapoler les couplages fondamentaux jusqu'à l'échelle de grande unification en utilisant les équations du groupe de renormalisation (figure 2.30 [16]). Le CL, avec l'option GigaZ, fournit des contraintes plus fortes que le LHC. D'autre part, en présence de neutrinos droits lourds, l'extrapolation est différente et, si ceux-ci ne sont pas intégrés dans l'extrapolation, la convergence des couplages n'est pas réalisée, c'est donc une information sur les neutrinos.

2.4.6 Violation de saveur dans les sleptons (LFV).

L'existence de neutrinos massifs affecte aussi l'évolution des masses de sleptons selon les équations du groupe de renormalisation ainsi que les couplages trilinéaires. Notons qu'un modèle supersymétrique avec violation de R parité (où toutes les particules supersymétriques peuvent se désintégrer) peut incorporer les masses et les oscillations de neutrinos en ajoutant des couplages LFV (Lepton Flavour Violating). Ils induisent une violation de la saveur des leptons dans les désintégrations rares et dans la production de paires de sleptons, par exemple dans $e^+e^- \rightarrow e\mu \ 2\tilde{\chi}_1^0$ ou $e^+e^- \rightarrow \tau \mu \ 2\tilde{\chi}_1^0$. Les propriétés des désintégrations, singulièrement des rapports d'embranchement, de la particule supersymétrique la plus légère (LSP) sont corrélées aux angles de mélange des neutrinos qui sont donc mesurables au CL (figure 2.31 [21]).

Certaines observations supersymétriques sont possibles dans des collisions e^-e^- , elles sont présentées plus loin dans la section "options".



FIG. 2.27 – Variation des couplages ZHH avec la masse m_A .



FIG. 2.28 – Capacités relatives du CL et du LHC à révéler la supersymétrie.



FIG. 2.29 – Spectre en énergie de sleptons, ici de smuons.

2.5 Nouveaux bosons de gauge

Un certain nombre de modèles prévoient l'existence de nouveaux bosons de jauge. Les schémas de grande unification selon le groupe E6 brisé vers $SU3 \times SU2 \times U1$ ajoutent deux autres groupes U1 générant des Z', la brisure de la symétrie gauche-droite (modèle L-R) introduit un nouveau boson, les modèles de "little Higgs" ajoutent des jauges supplémentaires pour compenser l'absence de Higgs. La figure 2.32 extraite de la référence [6] illustre la capacité remarquable du CL comparée à celle du LHC pour les modèles E6, L-R ou Kaluza-Klein (K-K). Une sensibilité similaire est attendue dans le cas du "little Higgs". Grâce à une très bonne connaissance de la luminosité et de la polarisation, la mesure des couplages vectoriels et axiaux au CL permet de discriminer les modèles jusqu'audessus de 7 TeV et de prédire la masse du Z' avec une précision meilleure que $(M_{Z'}/20TeV)^2$ soit mieux que 10% au-dessous de 7 TeV.

2.6 Autres options de faisceaux

2.6.1 Collisionneur e^-e^-

Dans des collisions e^-e^- ou $e^-\gamma$ on peut observer la production de sélectrons en particulier au seuil. Il suffit alors de disposer de 1% de la luminosité en $e^+e^$ pour mesurer la masse du sélectron à 100 MeV près. On peut observer les χ en collision $e^-\gamma$ selon $e^-\gamma \to \tilde{e}^-\chi_{1,2}^0$.

On peut aussi s'intéresser à la réaction double beta inverse (figure 2.33 à gauche). La probabilité est en M^2_{ν} pour un neutrino de Majorana. Une polarisation



FIG. 2.30 – Evolution des constantes de couplage.



FIG. 2.31 – De l'influence des neutrinos sur les rapports d'embranchement de particules supersymétriques.

gauche permet l'étude de la violation du nombre leptonique et de la violation des saveurs leptoniques (figure 2.33 à droite).

La diffusion W^-W^- permet l'étude d'un système d'isospin 2 et donc d'un Higgs doublement chargé. On peut aussi envisager l'observation de Z' via la diffusion Møller.

2.6.2 Collisionneur $\gamma\gamma$

Le choix de la polarisation des γ permet de sélectionner un état de spin 0 ou 2. Il s'agit d'une véritable usine à Higgs : pour Tesla à 160 GeV et une masse de Higgs de 120 GeV, 21000 Higgs sont produits par an. C'est aussi une opportunité unique d'explorer les Higgs de masse élevée. Il est produit seul et la limite de production en $\gamma\gamma$ est bien plus élevée qu'en e^+e^- .



FIG. 2.32 - Limites sur de nouveaux bosons de jauge dans différents modèles envisagés dans le texte. Le CL utilise les résultats attendus de GigaZ (mélange Z-Z') en bleu et ceux des mesures au TeV en plus clair.

Notons que $\Gamma\gamma$ mesuré à 2% par an donne 4% sur le couplage Htt.

2.7 Conclusion

Nous avons décrit ici une physique riche, accessible avec le collisionneur linéaire, facile à première vue mais souvent réellement délicate, surtout dans les mesures de précision et qui mérite bien un détecteur adéquat.



FIG. 2.33 – Double beta inverse (à gauche) et violation des saveurs sleptoniques (à droite).

Bibliographie

- [1] TDR Tesla, DESY 2001-011 mars 2001.
- [2] Programme de simulation MOKKA (Modelierung mit Objekten eines kompakten Kalorimeters) http://Mokka.in2p3.fr.
- [3] Outil de simulation des interactions particule-matière. http://www.cern.ch/geant4.
- [4] Barger et al. Phys. Rev. Lett. 65, 1313 (1990)Top-Quark Mass Predictions from W, Z Masses and Z Partial Widths.
- [5] J. Ellis; ces actes.
- [6] F. Richard, actes de Lepton-Photon 2003.
- [7] T. Rizzo, hep-ph/0211374.
- [8] Precision Electroweak Measurements on the Z Resonance. Physics Reports : Volume 427 Nos. 5-6 (May 2006) 257-454.
- [9] S. Heinemeyer, hep-ph/0406245.
- [10] Barger et alii PR D 49 79 (1994).
- [11] A. Rougé, CP violation in a light Higgs boson decay from τ -spin correlations at a linear collider. Phys. Lett. B 619 (2005).
- [12] M. Battaglia, hep-ph/9910271.
- [13] J-C. Brient, note LC-PHSM 2002-2003.
- [14] T. Barklow, hep-ph/0201243v2.
- [15] Chanowitz et al. Phys. Rev. D 36, 1490-1499 (1987) Low-energy theorems for strongly interacting W's and Z's.
- [16] G. Blair et alii, hep-ph/0512084v2.
- [17] LHC/LC Study Group et alii hep-ph/0410364.R. Godbole, actes de LCWS2004.
- [18] D.J. Miller hep-ph/0304049.
- [19] K. Desch et al., LHC / LC interplay in the MSSM Higgs sector. Actes de LCWS Paris 2004, JHEP 0409 :062,2004.
- [20] H. U. Martyn et al. hep-ph/0406123.
- [21] W. Porod. Actes de LCWS Paris 2004.

Chapitre 3

Détecteur

Chapitre rédigé par E. Tournefier.

Introduction

Le dessin d'un détecteur doit prendre en compte non seulement la physique à étudier (que veut-on mesurer, identifier, avec quelle précision?), mais aussi les contraintes imposées par les caractéristiques du collisionneur. Certaines de ces contraintes liées à la structure temporelle des faisceaux ou aux bruits de fond sont beaucoup plus aisées à satisfaire qu'au LHC, mais par ailleurs nous souhaitons collecter toute la physique accessible, et ce au plus vite en raison de l'énormité du chantier, quitte à devoir développer un détecteur d'un certain raffinement. Ceci nous amène à un type d'instrument qui s'écarte fortement des modèles tant LHC que LEP.

Quelques exemples de contraintes dues à la physique sont explicitées dans la section 3.1. La section 3.2 décrit les techniques utilisées pour mesurer l'énergie des particules et des jets ainsi que l'identification des particules. Certaines contraintes imposées par le collisionneur sont présentées dans la section 3.3. Enfin, la section 3.4 décrit le dessin et les technologies envisagés pour un tel détecteur. Les simulations d'événements présentées en illustration ont été faites pour un détecteur de type TESLA utilisant une TPC comme élément central, l'outil de simulation est MOKKA [1]basé sur GEANT4[2].

3.1 Les contraintes de la physique

Le programme de physique auprès d'un collisionneur linéaire e^+e^- est très vaste puisqu'il comprend tant des mesures de précision que la recherche de nouvelles particules et qu'il couvre une gamme d'énergie dans le centre de masse allant de la masse du Z à environ 1 TeV. Quelques exemples permettant de déterminer les performances requises pour le détecteur sont présentés ci-dessous. Dans le secteur du top les performances nécessaires sont très dépendantes de l'objectif : Une mesure de sa masse avec une précsion de 100 MeV est un ingrédient essentiel aux calculs de corrections quantiques. On peut y accéder par la mesure de la section efficace de production de paires $t\bar{t}$ au seuil. Ceci nécessite une bonne identification du système $t\bar{t}$ dans son ensemble, en utilisant par exemple sa sphéricité, sans nécessairement distinguer chaque top. Au contraire la mesure des rapports d'embranchement du top nécessite l'identification d'un top pour étudier la composition du top opposé. La simulation d'un événement $t\bar{t}$ à 500 GeV dans le centre de masse est montrée sur la Figure 3.1.



FIG. 3.1 – Simulation d'un événement t \bar{t} à 500 GeV dans un détecteur envisagé au collisioneur linéaire.

L'étude du Higgs requiert des performances encore plus contrastées. Sa production par radiation du Z (Higgsstrahlung) suivie d'une désintégration leptonique du Z HZ \rightarrow Hl⁺l⁻ fournit un moyen de l'étudier indépendamment de sa désintégration grâce à la mesure de la masse de recul au système l^+l^- . En général la meilleure précision est obtenue pour $l = \mu$. Cette mesure nécessite une excellente résolution sur l'impulsion des muons. Ceci est plus facilement atteint avec un grand volume de chambre à traces et un grand champ magnétique. La Figure 3.2 montre un tel exemple d'événement HZ \rightarrow H $\mu^+\mu^-$. Une bonne connaissance de l'énergie dans le centre de masse, donc de la radiation par les particules incidentes (beamstrahlung) est aussi nécessaire pour reconstruire la masse de recul au système $\mu^+\mu^-$. Voir le spectre de masse dans la section physique.



FIG. 3.2 – Simulation d'un événement $HZ \rightarrow H\mu^+\mu^-$ à 350 GeV pour une masse de Higgs de 120 GeV dans un détecteur envisagé au collisioneur linéaire. Les deux muons sont facilement reconnus par leur profondeur d'interaction.

Par contre l'étude des rapports d'embranchement du Higgs nécessite une bonne identification des jets de b, c, τ et W. De plus l'étude des états finals tels que $t\bar{t}H$ ou ZHH nécessite une bonne séparation des états finals à plusieurs b d'un grand bruit de fond. Une bonne efficacité ainsi qu'une bonne pureté dans l'identification des b et des c sont donc nécessaires. Ceci contraint fortement le système de mesure des traces au vertex : il doit être situé le plus près possible du point d'interaction et posséder un nombre suffisant de couches, sans compter une excellente résolution et une lecture suffisamment rapide pour faire face à la forte densité de bruit de fond.

Globalement, la plupart de la physique qui sera étudiée avec ce détecteur nécessite de reconnaître les W et les Z ainsi que de mesurer le contenu des jets de Higgs. Dans le cas des W et des Z la plus grande partie des désintégrations est hadronique. Sous l'effet du "boost" des bosons les deux jets de partons se mélangent en un di-jet insensible à la recombinaison de couleurs. Il faut donc être capable de reconstruire les di-jets et leur masse afin d'identifier les W et les Z. De plus, la complexité des états finals dans les processus impliquant des particules de supersymétrie ainsi que la présence d'énergie manquante demandent une bonne mesure de l'énergie et de la direction des partons. La mesure des quadrivecteurs des jets est donc cruciale. Les électrons en dessous de 100 GeV/c ainsi que les muons sont mesurés par le trajectomètre. Les électrons au-dessus de 100 GeV/c et les photons le sont par le calorimètre électromagnétique. Les désintégrations de hadrons contiennent majoritairement des chargés (~60%) mais aussi des photons provenant de π^0 (~30%) et des hadrons neutres à longue durée de vie. L'expérience du LEP a montré que le meilleur moyen d'analyser les états finals à plusieurs partons est d'utiliser la technique du flux d'énergie [3]. Cette technique combine l'information du trajectomètre à celle des calorimètres. Les performances sont bien sûr meilleures si ces derniers sont situés à l'intérieur de la bobine de l'aimant afin de limiter la quantité de matière morte qui les précède. Les calorimètres doivent avoir une haute densité et une très bonne granularité afin de permettre la séparation de l'énergie déposée par les particules très proches l'une de l'autre, ceci afin d'effectuer la bonne combinaison des mesures effectuées par le trajectomètre et par les calorimètres en évitant les pertes et les double comptages.

Un exemple de réaction où la mesure du flux d'énergie est particulièrement importante est l'étude d'événements du type (voir section 'physique') : $e^+e^- \rightarrow \nu \bar{\nu} WW$. En effet en l'absence de Higgs la section efficace de diffusion $W_l W_l$ diverge à haute énergie, une alternative est que l'interaction entre W devienne forte. Si donc aucun boson de Higgs n'est découvert, la structure du mécanisme à l'origine de la brisure de la symétrie électrofaible peut être étudiée par ce processus . Ce processus doit être séparé des événements $e^+e^- \rightarrow \nu \bar{\nu} ZZ$ ou $e^+e^- \rightarrow e\nu ZW$. Cette dernière réaction est fortement supprimée par l'identification de l'électron mais en dernier recours la séparation repose sur la mesure des masses des bosons. La présence de deux neutrinos empêche tout ajustement contraint, la résolution sur la masse repose alors entièrement sur les mesures d'énergie par le détecteur. Ceci est illustré dans la figure 3.3

Une bonne herméticité est également nécessaire puisque l'une des meilleures signatures de processus supersymétriques est l'énergie manquante.

3.2 La mesure des chargés, des neutres et des jets

Dans cette partie les techniques pour mesurer les particules chargées et neutres sont décrites ainsi que la mesure du flux d'énergie pour les jets. Notons d'abord que la mesure de la charge est indispensable, par exemple pour les mesures d'asymétries et rend nécessaire un champ magnétique. Cette mesure est réalisée avec celle de l'impulsion.



(a) Séparation WW / ZZ avec une résolution (b) Séparati de 0.6. (b) Séparati

(b) Séparation WW / ZZ avec une résolution de 0.3.

FIG. 3.3 – Impact de la résolution des jets sur la séparation entre $e^+e^- \rightarrow \nu \bar{\nu} Z Z$ et $e^+e^- \rightarrow \nu \bar{\nu} W W$. La résolution est paramétrée comme $\frac{\alpha}{\sqrt{E}}$.

3.2.1 Mesure des chargés

Mesure de l'impulsion

La mesure de l'impulsion des particules chargées se fait à l'aide d'un champ magnétique \mathbf{B} . Le mouvement d'une particule relativiste dans un champ électromagnétique est donné par

$$\frac{d\mathbf{P}^{\mu}}{d\tau} = q\mathbf{F}^{\mu\nu}\mathbf{U}_{\nu} \tag{3.1}$$

où **P** est la quadri-impulsion, **U** la quadri-vitesse, τ le temps propre de la particule et **F** le tenseur électromagnétique. Dans le cas d'un champ électrique nul l'équation du mouvement d'une particule chargée s'écrit alors :

$$m\gamma^2 \frac{d\mathbf{v}}{dt} = q\gamma(\mathbf{v} \wedge \mathbf{B}) \tag{3.2}$$

où m est la masse de la particule, q sa charge, v sa vitesse et γ le rapport de son énergie à sa masse. Soit dans le plan orthogonal à **B**, avec une description en nombres complexes :

$$\frac{dv}{dt} = -i\frac{qB}{m\gamma}v\tag{3.3}$$

L'équation du mouvement est donc

$$\frac{dv}{v} = -i\omega dt \qquad \Rightarrow v = v_0 e^{-i\omega t} \tag{3.4}$$

avec $\omega=qB/m\gamma.$ Dans le plan transverse la trajectoire est donc un cercle de rayon

$$R = \frac{v}{\omega} = \frac{m\gamma v}{qB} = \frac{p_t}{qB} \tag{3.5}$$

où p_t est l'impulsion dans le plan perpendiculaire à B. On a donc

$$p_t = qRB \tag{3.6}$$

en unités SI. En transformant p_t en GeV/c et pour q=e on obtient la relation

$$p_t(GeV/c) = 0.3R(m)B(T) \tag{3.7}$$

La mesure de l'impulsion dans un champ magnétique se fait donc par la mesure du rayon R de la trajectoire dans le plan transverse au champ. Ce rayon est déterminé par la mesure de la flèche de la trajectoire (voir Figure 3.4) par la relation :



(a) Définition de la flèche d'une trajectoire : L représente la distance entre les deux extrémités de la trajectoire dans le détecteur de traces, R son rayon de courbure et f sa flèche.

(b) Effet de l'angle polaire des traces pour un détecteur cylindrique.

$$f = \frac{L^2}{8R} \tag{3.8}$$

où L est la distance entre les deux extrémités de la trajectoire (dans le plan transverse). Ceci est une approximation, pour une flèche petite devant le rayon, de l'égalité entre les deux expressions de la puissance par rapport au cercle exprimée dans l'équation 3.9.

$$\left(\frac{L}{2}\right)^2 = f(2R - f) \tag{3.9}$$

En combinant (3.7) et (3.8) on trouve l'incertitude sur p_t en fonction de l'incertitude sur la mesure de la flèche :

$$\frac{\delta p_t}{p_t^2} = \delta f \frac{8}{0.3BL^2} \tag{3.10}$$

L'incertitude sur la mesure de la flèche dépend principalement du nombre de points mesurés le long de la trajectoire et de la précision sur un point. Elle est donc constante pour L constant. Avec les valeurs typiques L=2m, B=4T et $\delta f = 10^{-4}$ m la résolution sur l'impulsion transverse est : $\delta p_t = 0.4 \times 10^{-4} p_t^2$.

La résolution sur l'impulsion totale dépend de l'angle θ que fait la trace avec le champ **B**. On a $p_t = p \sin\theta$ et $\delta p_t = \alpha p_t^2 L^{-2}$ (α est défini par l'équation (3.10)) d'où :

$$\delta p = \alpha p^2 L^{-2} \sin\theta = \alpha p^2 L^{-2} \sqrt{1 - x^2}$$
(3.11)

avec $x = \cos\theta$.

Nous considérons un détecteur à symétrie axiale autour de la ligne des faisceaux constitué d'un cylindre (baril) et fermé par deux disques (bouchons). Dans le baril on a L = R alors que dans les bouchons la longueur de la trajectoire est plus courte et donnée par $L = Z tg\theta$ où Z est la longueur du trajectomètre. La résolution en impulsion est alors donnée par :

$$\delta p = \alpha R^{-2} p^2 \sqrt{1 - x^2} \tag{3.12}$$

dans le baril et par

$$\delta p = \alpha Z^{-2} p^2 \frac{x}{\sqrt{1-x^2}} \tag{3.13}$$

dans le bouchon. La Figure 3.5 montre la résolution en impulsion pour des valeurs de rapport rayon sur longueur (R/Z) de 0.7 et de 1. La résolution se dégrade nettement vers l'avant qui peut donc nécessiter un appareillage spécifique.

Mesure du paramètre d'impact

Lorsqu'une trace provient de la désintégration en vol d'une particule elle ne passe pas par le point d'interaction. Le paramètre d'impact d'une trace est la plus courte distance du point d'interaction à la trace. Sa mesure est cruciale pour les mesures de temps de vol et les vertex secondaires. Notons que pour la désintégration d'une particule relativiste le paramètre d'impact est indépendant de l'impulsion. Cela provient de ce que l'angle d'ouverture de la désintégration dans le laboratoire est en $1/\gamma$ et la longueur de vol en γ . La détermination du paramètre d'impact est limitée par la diffusion multiple de la particule dans l'élément de détection. L'angle de diffusion moyen est de l'ordre de

$$\delta\theta = \frac{13.6}{p\beta}\sqrt{t} \tag{3.14}$$



FIG. 3.5 - Résolution en impulsion pour des valeurs de rapport rayon sur longueur (R/Z) de 0.7 (en rouge) et de 1 (en bleu).

où t est l'épaisseur du matériau traversé en longueur de radiation et p est en MeV. À une distance r l'erreur sur le paramètre d'impact est alors :

$$\delta d = r\delta\theta = r\frac{13.6}{p\beta}\sqrt{t}.$$
(3.15)

Le paramètre d'impact est donc plus précis si on fait la mesure plus près du vertex et avec un matériau le plus transparent possible afin d'éviter les diffusions.

3.2.2 Mesure et identification des leptons

Les électrons

Les électrons sont chargés donc leur impulsion peut être mesurée dans le trajectomètre. Comme on l'a vu en 3.2.1 l'incertitude sur cette mesure est donnée par $\delta p/p = \alpha p$. Ce sont aussi des particules électromagnétiques, leur énergie peut donc être mesurée dans le calorimètre électromagnétique. La résolution en énergie est donnée (en première approximation) par : $\delta E/E = \alpha'/\sqrt{E}$. Les valeurs typiques de ces constantes sont : $\alpha = 10^{-4}$ et $\alpha' = 10^{-1}$ (E et p en Gev). La Figure 3.6 montre les résolutions d'un trajectomètre et de calorimètres typiques en fonction de l'énergie de la particule : pour de faibles énergies l'impulsion est mieux mesurée que l'énergie mais à partir d'environ 100 GeV la mesure de l'énergie électromagnétique devient plus précise que celle de l'impulsion. Sur la figure apparaît



FIG. 3.6 – Résolutions typiques des sous détecteurs : trajectomètre (en bleu), calorimètres électromagnétique (en jaune) et hadronique (en rouge). L'échelle verticale est logarithmique.

aussi la résolution du calorimètre hadronique prise comme ayant la même dépendance que le calorimètre électromagnétique mais avec un coefficient $\alpha' = 0, 5$ Certaines difficultés viennent s'ajouter à la résolution intrinsèque du détecteur :

- les électrons émettent des photons par bremstrahlung ce qui dégrade la mesure en énergie puisque toute leur énergie n'est pas contenue dans une seule gerbe.
- par interaction avec les noyaux du gaz du trajectomètre ils génèrent des rayons δ qui, par un dépôt d'énergie quelque peu déporté, faussent la mesure des points de la trajectoire, dégradant celle de l'impulsion.

Les électrons peuvent être identifiés de plusieurs manières :

- comme ils sont chargés et électromagnétiques l'énergie mesurée dans le calorimètre électromagnétique E doit être égale à l'impulsion donnée par le trajectomètre p: on utilise la variable E/p.
- on peut aussi utiliser la forme de la gerbe dans le calorimètre électromagnétique. En particulier, comme la longueur d'interaction est beaucoup plus grande que la longueur de radiation pour les matériaux utilisés dans les calorimètres la gerbe des électrons démarre en général bien avant celle des pions, cette caractéristique permet donc de les séparer.
- le dépôt d'énergie par unité de longueur (dE/dx) est aussi utilisé pour identifier les électrons. Pour profiter de la remontée relativiste de la perte d'énergie dans les milieux peu denses il est intéressant d'utiliser un trajec-



FIG. 3.7 – Dépôt d'énergie par unité de longueur pour les électrons, muons, pions, kaons et protons (ALEPH).

tomètre gazeux. Le dE/dx dans le gaz dépend de la masse et de l'énergie de la particule. La Figure 3.7 montre le dE/dx pour différentes particules. Dans le cas d'électrons de basse énergie (typiquement inférieure à 1 GeV) n'atteignant pas le calorimètre le dE/dx est la seule variable permettant l'identification des électrons.

- on peut aussi utiliser des détecteurs spécifiques à l'identification tels que les détecteurs Cerenkov ou les détecteurs à transition de radiation. Néanmoins l'implantation de tels éléments a un impact important sur le design du détecteur.
- le paramètre d'impact permet de différentier les électrons provenant d'une conversion d'un photon en paire e^+e^- (sur une couche du détecteur de vertex par exemple), d'un électron produit au vertex.

Les muons

L'impulsion des muons est mesurée dans le trajectomètre. Les muons radient très peu aux énergies considérées, en effet la probabilité d'émettre un photon est proportionelle à m^{-2} , elle est donc bien plus faible pour les muons que pour les électrons. Leur perte d'énergie se fait entièrement par dE/dx. Leur énergie n'est pas mesurée puisqu'ils n'en déposent qu'une partie dans les calorimètres. Mais d'une part la forme en trace de ces dépôts d'énergie est utilisée pour les identifier, d'autre part ils sont ainsi signés par leur profondeur de pénétration. Ce sont en général les seules particules à traverser les calorimètres pour atteindre leur détecteur spécifique : les chambres à muons.

Les taus

L'identification des taus est très importante pour la physique : ils servent de polarimètre. En particulier, l'état de CP du Higgs peut être déterminé par sa désintégration en deux taus par la mesure de la corrélation de la polarisation transverse des taus [4].

Pour la mesure de la polarisation il est essentiel de séparer les différents modes hadroniques : $\tau^- \rightarrow \nu_{\tau} \pi^-, \tau^- \rightarrow \nu_{\tau} \rho^-, \tau^- \rightarrow \nu_{\tau} a_1^-$. Ces modes peuvent être séparés par leur contenu en pions chargés et neutres. La mesure des modes hadroniques fait surtout intervenir l'identification et la mesure de l'énergie des π^0 (calorimètre électromagnétique) et des pions chargés (trajectomètre et calorimètre hadronique).

Mesure de la polarisation longitudinale du τ

Dans l'exemple de la désintégration $\tau^- \to \nu_\tau \pi^-$, la polarisation P du τ détermine la distribution angulaire $W(\theta)$ du π^- dans le référentiel du τ , où θ est l'angle entre le π^- et la ligne de vol du τ). On a :

$$W(\theta) = (1 + P\cos\theta) \tag{3.16}$$

Appliquant la conservation de l'énergie-impulsion dans le système du τ puis en revenant dans le laboratoire on trouve pour un τ relativiste ($\beta = 1$) :

$$E_{\pi} = \frac{E_{\tau}}{2} (1 + \cos\theta) \tag{3.17}$$

On en déduit la relation entre la distribution en énergie du π^- dans le laboratoire et la polarisation :

$$W(E_{\pi}) = 1 - P + 2PE_{\pi}/E_{\tau}$$
(3.18)

La polarisation peut donc être déterminée à partir de la distribution en énergie des pions. Dans le cas de la désintégration du τ en ρ , le ρ se désintègre en $\pi\pi^0$ (dans presque 100% des cas). La relation est alors plus compliquée et une variable optimale pour la mesure de la polarisation est proche de $E_{\pi} - E_{\pi^0}$ [5].

3.2.3 Mesure des hadrons et du flux d'énergie des jets

Les hadrons chargés sont mesurés dans le trajectomètre et les calorimètres électromagnétique et hadronique. Les particules chargées sont identifiées comme hadrons si elles ne sont pas identifiées comme électron ou muon. Les hadrons neutres ne sont vus que par le calorimètre.



FIG. 3.8 – Comportement d'un ρ dans un calorimètre ultra-granulaire, A gauche l'interaction en quatre branches du π chargé, à droite les deux photons du π^0 .

En moyenne un jet hadronique est formé de 60% de traces chargées, 12% de hadrons neutres et 28% de photons. Cette répartition dépend fortement du type d'événement.

Pour mesurer les jets de particules on peut s'efforcer de séparer toutes les composantes et mesurer :

- les particules chargées avec le trajectomètre,
- les photons avec le calorimètre électromagnétique,
- les hadrons neutres avec le calorimètre hadronique.

C'est le principe de la mesure analytique du flux d'énergie. Le sujet est décrit dans la référence [6]. Pour comprendre comment fonctionne un algorithme de mesure de flux d'énergie, il est nécessaire de faire un bref rappel sur la calorimétrie qu'on peut illustrer avec l'image d'un τ en $\rho\nu$ vu dans un calorimètre granulaire Fig.3.8 :

- électromagnétique : les électrons et les photons développent une gerbe d'électrons et de positrons par Bremstrahlung et création de paires e^+e^- . La mesure de l'énergie déposée donne une estimation de l'énergie incidente.
- hadronique : les hadrons interagissent dans la matière en créant des hadrons chargés et des π^0 . Les hadrons chargés déposent par dE/dx alors que les π^0 créent des gerbes électromagnétiques. L'efficacité de conversion de l'énergie en signal électrique est en général différente pour les gerbes électromagnétiques et les gerbes hadroniques. Le rapport de ces efficacités est noté e/h, il est en général supérieur à 1 à cause de la création de neu-

trons lents mal détectés et d'effets nucléaires dans le développement des gerbes hadroniques. Le contenu en π^0 dans les cascades fluctuant, cet effet est difficilement corrigeable et la résolution est dégradée. Ce rapport e/h peut cependant être partiellement compensé par hardware ou par software en identifiant les deux composantes et réajustant leur poids relatif. La résolution typique d'un calorimètre hadronique est $\Delta E/E = 0.5/\sqrt{E}$. Une correction du rapport e/h basée sur les techniques de réseaux de neurones testée sur une simulation donne une amélioration de 30%.

Pour obtenir une bonne mesure de l'énergie des jets il faut donc :

- bien séparer les dépôts d'énergie sans créer de fausses particules, associer certains dépôts d'énergie aux traces chargées. Les hadrons neutres sont alors identifiés comme les dépôts d'énergie non associés à une trace chargée.
- identifier les désintégrations afin d'éviter le double comptage,

 optimiser les résolutions et en particulier celle du calorimètre hadronique.
 Lorsque les désintégrations ont été identifiées on peut écrire le quadri-vecteur du jet :

$$P = P_{chargs} + P_{photons} + P_{hadrons\ neutres} \tag{3.19}$$

la résolution en énergie s'écrit alors :

$$\sigma^2 = \sigma_{ch}^2 + \sigma_{\gamma}^2 + \sigma_{nh}^2 \tag{3.20}$$

Avec les fractions typiques de particules chargées, photons et hadrons neutres donnés ci-dessus et les résolutions typiques des sous détecteurs on trouve une résolution pour les jets de : $\Delta E/E = 0.18/\sqrt{E}$. Cette résolution est limitée par celle du calorimètre hadronique : avec une résolution de $0.3/\sqrt{E}$ au lieu de $0.5/\sqrt{E}$ pour le calorimètre hadronique on obtiendrait $\Delta E/E = 0.12/\sqrt{E}$.

Cependant deux autres effets peuvent jouer un rôle plus important que la résolution du calorimètre hadronique :

- la confusion : elle est due à l'inefficacité de la reconstruction des traces, à la mauvaise identification de vertex et aux mauvaises associations entre les traces et les cellules calorimétriques,
- l'effet de seuil : il existe en effet un seuil effectif en dessous duquel une particule n'est pas détectée à cause du fort champ magnétique pour les chargés et, pour les photons, à cause du seuil des cellules du calorimètre et du bruit de fond physique.

L'expérience a montré que l'ennemi le plus redoutable pour la résolution sur l'énergie des jets est la confusion et le détecteur doit être dessiné de manière à la limiter.

Un algorithme de mesure de flux d'énergie procède en général par ordre de clarté descendant et reconstruit d'abord :

- les traces avec vertex provenant de V^0 ou photons

- les électrons
- les photons
- les muons
- et finalement les hadrons neutres par les dépôts d'énergie restants.

Une fois l'identification faite, les énergies, les impulsions et les masses invariantes sont reconstruites. La compréhension des calorimètres ultra-granulaires et la reconstruction de l'énergie y déposée sont un champ complètement neuf d'investigation et font l'objet d'un effort soutenu.

3.3 Les contraintes de la machine

Les atouts et difficultés liées à un collisionneur linéaire e^+e^- sont les suivants (voir aussi la section 'machine') :

- Les atouts : les événements sont propres, il n'y a pas d'empilement, le vertex est bien défini et le laboratoire est essentiellement le centre de masse. Pour une machine utilisant des cavités supraconductrices comme TESLA il y a une bonne séparation des collisions en temps (>150ns).
- Les difficultés : l'énergie de la réaction n'est pas parfaitement connue à cause des pertes liées au beamstrahlung. Ceci limite l'utilisation de la conservation de l'énergie-impulsion, c'est pourquoi l'herméticité du détecteur est importante. La mesure de la luminosité est également perturbée par le beamstrahlung car celui-ci étale l'énergie des collisions et génére un bruit de fond dans le calorimètre à l'avant dédié à la mesure de la luminosité.

3.4 Dessin et technologies du détecteur

Le détecteur typique est arrangé selon une structure en oignon avec au centre le trajectomètre et en périphérie les calorimètres électromagnétique puis hadronique. Dans l'histoire, la bobine fut placée après le trajectomètre puis après le calorimètre électromagnétique (par exemple dans ALEPH). L'idéal serait de la placer après le calorimètre hadronique afin d'éviter une trop grande quantité de matière morte devant celui-ci. En exemple, un quadrant du détecteur en projet pour TESLA est montré sur la Figure 3.9.

3.4.1 Les détecteurs de traces

Les contraintes données par la physique (voir section 3.1), ici singulièrement la mesure des masses de sytèmes $\mu\mu$ ou les spectres en impulsion, permettent de définir les performances requises pour les détecteurs de traces :

- la résolution dans la partie centrale doit être au plus de $\Delta p/p^2 = 10^{-4} \,(\text{GeV/c})^{-1}$.



FIG. 3.9 – Vue d'un quadrant du détecteur proposé pour le collisionneur TESLA.

- étant donné l'importance de la physique à l'avant une bonne résolution en impulsion et en angle est nécessaire dans cette région. Une mesure à petit angle permet aussi d'assurer une bonne herméticité.
- une bonne identification des b et des c pour la bonne séparation des événements à multi-jets de b et des événements $H \to b\bar{b}$ et $H \to c\bar{c}$.
- l'efficacité aux traces doit être excellente et la génération de fausses traces très faible en particulier à haute énergie, ce pour la qualité de la mesure du flux de particules..
- l'ensemble doit être aussi transparent que possible afin de ne pas dégrader la mesure de l'énergie par les calorimètres.

Le détecteur de vertex

Le détecteur de vertex doit être :

- très précis et sans ambigüités : cela est réalisé avec des détecteurs à pixels.
 Une bonne précision nécessite aussi un bon alignement qui est réalisé directement avec les données (traces de muons cosmiques par exemple),
- proche du vertex : mais pas trop car le beamstrahlung induirait un fort bruit de fond,

- transparent pour limiter la diffusion multiple et le nombre d'interactions (par exemple la conversion de photons) : il doit donc être mince avec un minimum de structure mécanique et d'électronique mais avec une bonne stabilité,
- il peut être utile qu'il comporte suffisamment de couches afin de pouvoir faire sa propre reconstruction de traces, en particulier si le trajectomètre qui le suit a peu de capacité de reconnaissance de traces (silicium en strips).

Les technologies envisagées pour ce détecteur sont toutes basées sur le silicium à pixels avec les CCD ou le CMOS sans compter les détecteurs hybrides ou les DEPFET. La principale différence entre les deux premières techniques est dans la lecture du signal.

- CCD : la taille des pixels est d'environ 10 μ m et les feuilles de silicium sont très minces (60 μ m). Le signal est lu ligne par ligne : un signal permet de déplacer la charge contenue dans chaque pixel d'une ligne à l'autre jusqu'à la carte de lecture. Le seul inconvénient est la vitesse de lecture faible par rapport à la longueur des trains.
- CMOS : dans ce cas la charge est directement collectée par diffusion des électrons déposés dans le substrat, la lecture est alors plus rapide que pour les CCD. Le signal analogique est ensuite transporté ligne par ligne jusqu'à l'électronique de lecture située à l'extrémité du détecteur. La taille des cellules sensibles est de l'ordre de 20 μ m.

L'utilisation de pixels de l'ordre de 20 μ m permet d'obtenir une résolution de l'ordre de 2 μ m sur chaque point.

Le trajectomètre

Le trajectomètre doit fournir une bonne résolution en impulsion dans la partie centrale mais aussi suffisament bonne à l'avant. La résolution angulaire est importante à l'avant.

Les solutions envisagées sont :

- un détecteur entièrement composé de silicium, à la CMS, mais plus mince
- un détecteur gazeux (TPC) avec des détecteurs au silicium à bas angle, dans la partie non couverte par la TPC.

Dans le cas d'une solution entièrement au silicium les détecteurs doivent être minces pour éviter la diffusion multiple. Des détecteurs à strips peuvent remplacer les pixels à partir d'un certain rayon car le taux d'occupation dû au bruit de fond s'atténue vite avec le rayon. La matière morte (supports, électronique) doit être minimisée afin de ne pas dégrader la mesure de l'énergie par le calorimètre. Ceci joint à la question du coût amène à n'avoir qu'un nombre restreint de couches (5 à 6) et si cette solution présente une excellente précision en $R\phi$ et une bonne stabilité, elle fournit peu de redondance (problème des V^0), peu d'information en z et peu de dE/dx.



FIG. 3.10 – Schéma d'une TPC.

La TPC est une solution classique déjà éprouvée à LEP (ALEPH,DELPHI. L'avantage de la TPC est une grande redondance (de l'ordre de 300 points par trace) et la mesure du dE/dx qui permet l'identification des particules : les Kaons et les pions peuvent être séparés entre 2 et 20 GeV et l'identification des électrons améliorée par rapport à l'information fournie par le seul calorimètre, singulièrement à basse énergie.

D'après la section 3.2.1 la résolution en impulsion d'un trajectomètre s'améliore avec BR^2 , on a donc besoin d'un grand champ magnétique et d'un grand rayon. Cependant la stabilité mécanique de la bobine diminue avec B^2R . La valeur du champ et la taille du trajectomètre sont donc un compromis entre précision et stabilité mécanique, pour ne pas parler du coût.

Le principe de fonctionnement d'une TPC est le suivant :

Considérons un volume de gaz cylindrique, un champ électrique est créé le long de l'axe en disposant une électrode centrale portée à un potentiel positif élevé par rapport aux deux extrémités du cylindre. Le champ électrique est aligné avec le champ magnétique voir Figure 3.10. Les électrons créés par ionisation le long de la trace dérivent jusqu'aux plaques situées aux extrémités de la chambre,où ils sont détectés grâce à une amplification par avalanche. Dans cette dérive, ils sont dispersés par diffusion sur ce gaz, cette dispersion croît comme la racine carrée du trajet parcouru mais est drastiquement réduite par l'effet du champ magnétique. Cette réduction va comme $(\omega \tau)^2$ où ω est la pulsation dans le champ décrite en 3.2.1 et τ le temps moyen entre collisions sur le gaz. Une valeur typique de $(\omega \tau)$ est comprise entre 10 et 20. Plus généralement le comportement de cette dérive est fortement influencé par la valeur de $(\omega \tau)$. Lorsque celle-ci est petite le temps entre collisions est petit devant la période de révolution de l'électron et la dérive suit le champ électrique, lorsqu'elle est grande l'électron s'enroule autour des lignes de champ magnétique qu'il suit alors.

Différentes techniques de détection sont possibles : des fils (solution classique) ou des micro-détecteurs à avalanche tels que les GEM (Gas Electron Multipliers) ou les MicroMegas lus par des damiers cathodiques ou par des détecteurs silicium, ces derniers offrant une excellente précision.

Les difficultés sont d'une part de limiter le nombre de neutrons interagissant dans le gaz et pouvant créer de faux points, d'autre part de limiter la distorsion du champ créée par le retour d'ions. En effet, les ions créés au moment de l'avalanche lors de la détection des électrons peuvent retourner dans le volume de la TPC et générer des distorsions de champ. Un système de grille peut être utilisé pour réduire cet effet. Cet effet est naturellement réduit avec les GEM ou MicroMegas. En raison du bruit de fond une TPC ne peut commencer à un rayon trop faible. De plus (voir section 3.2.1) elle offre une mauvaise résolution à petit angle. C'est pourquoi il est prévu d'équiper la zone intermédiaire entre le détecteur de vertex et la TPC de détecteurs en silicium. La partie située entre le détecteur de vertex et la TPC sera équipée de cylindres, et la partie à l'avant de disques, ces détecteurs étant basés sur des strips ou des pixels. La Figure 3.11 montre l'ensemble des détecteurs de traces envisagé pour TESLA.

3.4.2 Les calorimètres

La plupart des événements de nouvelle physique mettent en jeu des états finals hadroniques complexes qui doivent être bien mesurés afin d'être bien séparés des processus du Modèle Standard. La résolution en énergie est cruciale dans cette reconstruction (voir section 3.2.3).

D'autre part dans un calorimètre les particules neutres ne se séparent que par sa distance au point d'interaction. Cette distance doit donc être la plus grande possible et les calorimètres suffisament compacts et granulaires. L'ensemble des calorimètres doit aussi être bien hermétique pour la mesure de l'énergie totale.

Le calorimètre électromagnétique

Pour remplir les conditions énoncées ci-dessus l'idéal est d'avoir un absorbeur dense (pour une bonne séparation latérale des gerbes) avec un grand rapport entre la longueur d'interaction (λ_i) et la longueur de radiation (X_0) : avec λ_i/X_0 grand les gerbes électromagnétiques se développent rapidement alors que les hadrons ne déposent que peu d'énergie. Il doit aussi avoir une profondeur suffisante pour contenir toute la gerbe. Il doit être granulaire, le rayon de Molière contient 90 % de l'énergie d'une gerbe mais le dépôt d'énergie est très piqué et la taille



FIG. 3.11 – Vue des détecteurs de traces envisagés pour TESLA : le détecteur de vertex au centre, puis les cylindres et disques au silicium et enfin la TPC.

d'une cellule de lecture de l'ordre du quart du rayon de Molière (R_M) optimise la séparation des gerbes.

Les solutions classiques sont basées sur :

- les cristaux : ils présentent une très bonne résolution en énergie mais pas de séparation longitudinale
- l'argon liquide : il offre une bonne résolution mais nécessite un environnement cryogénique
- le gaz : la résolution est médiocre, et la compacité faible

– le scintillateur : il possède une faible granularité et des difficultés de lecture La préférence va maintenant vers un détecteur basé sur un sandwich de tungstène comme radiateur et silicium comme détecteur. L'avantage du silicium est sa stabilité en température, sa bonne résolution et une grande possibilité de granularité. Ce détecteur peut aussi être très compact : on a 24 longueurs de radiation sur moins de 20 cm. Le rayon de Molière est d'environ 1.4 cm, il est donc souhaitable de faire la lecture par damiers de taille inférieure au cm².

La résolution obtenue, pour un échantillonage de 30 couches de 0,4 X^0 suivies de 10 couches de 1,2 X^0 , est de 11% à $14\%/\sqrt{E}$ suivant l'énergie considérée, en raison de ce double échantillonage. Une bonne séparation entre les électrons et les pions chargés est obtenue : une efficacité d'identification des électrons de 99.8%

pour une probabilité d'identifier un électron comme un pion de quelques 10^{-3} . Son inconvénient découle de ses performances : grand nombre de voies de lecture et grande surface de silicium, donc coût élevé. Une discussion de ce calorimètre peut être trouvée dans la référence [7]

Le calorimètre hadronique

Le calorimètre hadronique doit être dense afin que les gerbes restent étroites et très granulaire pour une bonne séparation. Il doit avoir une granularité suffisante pour séparer les gerbes afin de ne pas confondre celles provenant de hadrons neutres avec celles des chargés. Par ailleurs on a vu qu'il est très intéressant d'avoir une bonne résolution en énergie pour la mesure des jets de particules (voir section 3.2.3).

L'une des possibilités, en dehors des solutions classiques comme les scintillateurs, est un calorimètre digital. Il a été montré que si la taille des cellules est suffisament petite, leur lecture par '1' ou '0' est suffisante pour obtenir les performances nécessaires. Ce détecteur serait constitué de plans d'absorbeurs en acier inoxydable ou même en tungstène. Le milieu de détection peut être des RPC (Resistive Plate Chambers) ou des chambres à fils opérées en mode Geiger ou d'autres détecteurs gazeux. Les détecteurs gazeux se prêtent en effet à moindre coût à une forte granularité. L'énergie est ensuite déterminée en utilisant le nombre de cellules touchées ainsi que leur densité. La grande granularité (cellules de détection de 1 cm²) permet une bonne reconnaissance des gerbes et leur association aux traces. La simulation des dépôts d'énergie pour un jet hadronique dans un tel calorimètre est montrée sur la Figure 3.12.

Une étude par simulation montre qu'un tel calorimètre peut atteindre une résolution de $0.4/\sqrt{E}$. Une discussion de ces points peut -être trouvée dans la référence [8].

Le calorimètre à l'avant

Le détecteur doit être très hermétique afin de bien mesurer l'énergie totale de l'événement pour la recherche de nouvelles particules. On a aussi vu que certains événements recherchés sont à bas angle. Il est aussi nécessaire de faire des mesures à bas angle pour la mesure de la luminosité. Pour ces raisons il est important d'avoir un calorimètre à l'avant. Il doit être très résistant aux radiations. L'absorbeur envisagé est le tungstène avec des détecteurs semi-conducteurs en silicium ou diamant.



FIG. 3.12 – Simulation des hits d'un di-jet de hadrons dans le calorimètre digital envisagé pour TESLA.

3.4.3 Les chambres à muons

Le but des chambres à muons est l'identification des muons mais aussi la mesure des queues de gerbes hadroniques. Le retour de flux de l'aimant est en général instrumenté de chambres à muons. Les contraintes ne sont pas très fortes et les techniques classiques peuvent être utilisées : RPC (Resistive Plate Chambers) ou PST (Plastic Streamer Tubes).

3.5 Conclusion

Les contraintes imposées par la physique dictent un détecteur bien différent de ceux du LHC mais peut-être aussi de LEP ou SLC.

Au delà d'une excellente mesure d'impulsion l'accent doit être mis sur la reconstruction des jets, des W et des Z : de bonnes résolutions en particulier pour le calorimètre hadronique ainsi qu'un bon algorithme de mesure du flux d'énergie sont nécessaires. L'importance de la reconstruction des événements multi-b et la séparation des b et des c donne de fortes contraintes sur le détecteur de vertex. Une bonne herméticité du détecteur est aussi cruciale.

Les technologies actuelles peuvent être utilisées pour construire un tel détecteur. Les détecteurs au silicium seront sans doute abondamment utilisés (vertex, trajectomètre, calorimètre) car le silicium présente une bonne stabilité et permet une grande granularité. Mais des solutions plutôt classiques conviennent pour le
trajectomètre (TPC) et les chambres à muons.

Bibliographie

- MOKKA stands for "Modelierung mit Objekten eines kompakten Kalorimeters". http://mokka.in2p3.fr
- [2] GEANT4- A simulation toolkit NIM A 506 (2003). cern.ch/geant4
- [3] Performance of the ALEPH detector at LEP. Aleph Collaboration. Nucl. Instrum. Meth. A 360, 481 (1995)
- [4] A. Rougé. CP violation in a light Higgs boson decay from τ -spin correlations at a linear collider. Phys. Lett. B 619 (2005)
- [5] M. Davier et al. The optimal method for the measurement of tau polarization. Phys. Lett B 306 (1993)
- [6] Energy Flow Or Particle Flow : The Technique Of 'Energy Flow' For Pedestrians. H. Videau LCWS04
- [7] A Si-W calorimeter for linear collider physics. H. Videau and J. C. Brient. CALOR 2002
- [8] Calorimetry optimised for jets.. H. Videau and J. C. Brient. CALOR 2002