CERN-PH-TH/2005-088

Nouvelles physiques des particules

Julien Welzel et **David Gherson**
Institut de Physique Nucléaire de Lyon (IPNL), Université Claude Bernard Lyon-I,
Villeurbanne, France

John Ellis
Division de Physique Théorique, Département de Physique, CERN,
Genève, Suisse

Notes rédigées par J.W. et D.G. du cours donné par J.E. à la XXXVIème école de Gif-sur-Yvette, septembre 2004, CERN.

Résumé

Le premier chapitre concerne le Modèle Standard de la physique des particules et la brisure de la symétrie électrofaible. Il sert principalement d'introduction aux chapitres suivants qui traitent de certaines "nouvelles physiques". La supersymétrie, par exemple, est exposée dans le second chapitre mais quelques aspects moins bien connus comme sa brisure sont abordés plus loin. Un accent est mis sur la phénoménologie de l'extension supersymétrique minimale du Modèle Standard et ses perspectives aux futurs accélérateurs comme le LHC. La physique des neutrinos et la violation des nombres leptoniques apparaissent au chapitre 3. Enfin, le dernier chapitre contient des discussions sur les principales théories candidates à la description de la physique à très haute énergie : de la Grande Unification aux théories des cordes en passant par les dimensions supplémentaires et la supergravité.

Avant-propos

Ce cours a été donné par John Ellis en septembre 2004 à l'occasion de la 36ème école d'été de Gif-sur-Yvette, intitulée "Le futur de la physique des hautes énergies". Le public était principalement composé d'expérimentateurs et le but de ce cours était de présenter les physiques possibles au-delà du Modèle Standard les plus connues et les plus étudiées.

Il a été écrit par Julien Welzel (chapitres 1, 2, 3 et 4-section 1) et David Gherson (chapitre 4-sections 2, 3, 4, 5), tous deux étudiants en thèse dans le groupe de physique théorique de l'Institut de Physique Nucléaire de Lyon.

Nous remercions chaleureusement John Ellis et Patrick Janot pour nous avoir laissé l'opportunité de rédiger le manuscrit du cours et pour avoir incité et encouragé cette pratique. Nous en tirons de grands bénéfices sur notre compréhension de la physique au-delà du Modèle Standard. Nous remercions aussi sincèrement Aldo Deandrea et Maurice Kibler pour leurs commentaires et leurs critiques sur le cours.

La bibliographie n'est pas exhaustive, nous avons préféré donner les références générales qui nous ont aidé à rédiger. Cependant, il y a quand même un certain nombre de références plus spécifiques pour citer les sources des différentes valeurs, graphes,... que nous avons utilisé.

De plus, ce cours est à prendre dans le contexte de l'école et complémentairement à d'autres. Ainsi, il est recommandé de consulter les cours de D. Treille, G. Unal, A. Blondel et A. De Roeck, par exemple, si on veut avoir de plus amples détails sur les aspects plus expérimentaux.

Table des matières

1 Nouvelle physique et brisure électrofaible **7**
1.1 Le Modèle Standard et ses problèmes 8
1.1.1 Le cadre actuel : le Modèle Standard de la physique des particules . 8
1.1.2 Le Modèle Standard et les tests de précision électrofaibles 12
1.1.3 Les insuffisances du Modèle Standard 12
1.2 Introduction au secteur des neutrinos 16
1.2.1 Les neutrinos dans le Modèle Standard 16
1.2.2 Les oscillations de neutrinos : nouvelle physique 17
1.3 Le secteur de Higgs : la brisure électrofaible 18
1.3.1 La génération des masses 18
1.3.2 Les propriétés du Higgs et les modèles Technicouleur 21
1.3.3 Les contraintes sur la masse du Higgs 22
1.3.4 Sa détection potentielle au LHC et LC 26
1.4 Conclusions et carte de route 32

2 Supersymétrie **33**
2.1 Histoire et motivations 33
2.1.1 Qu'est-ce que la supersymétrie 33
2.1.2 L'introduction de la supersymétrie 34
2.1.3 Pourquoi la supersymétrie 34
2.2 La structure d'une théorie supersymétrique 37
2.2.1 Interlude: "spinorologie" 37
2.2.2 L'algèbre et les supermultiplets 38
2.2.3 Théorie des champs supersymétrique 39
2.3 Les modèles supersymétriques à basse énergie 43
2.3.1 Les modèles $\mathcal{N} \geq 2$ 44
2.3.2 La zoologie du Modèle Standard Supersymétrique Minimal 44
2.3.3 Le modèle 46
2.3.4 La brisure douce de la supersymétrie 46
2.3.5 La brisure électrofaible et les bosons de Higgs supersymétriques . . 47
2.3.6 La R-parité et la matière noire 49
2.3.7 Les variantes du modèle minimal 51
2.4 Les premières contraintes expérimentales 52
2.4.1 Les accélérateurs 52
2.4.2 La cosmologie 53
2.5 La détection de la supersymétrie aux collisionneurs 53
2.5.1 Les benchmarks 53

2.5.2 Les perspectives au LHC et au LC 55
2.6 Conclusions 57

3 Physique des neutrinos *et al.* 59
3.1 Les Masses et oscillations des neutrinos 59
3.1.1 L'échelle de masse des neutrinos 59
3.1.2 Les oscillations des neutrinos 60
3.1.3 Les masses des neutrinos 65
3.2 Au-delà : la violation des nombres leptoniques 67
3.2.1 Les nombres leptoniques 67
3.2.2 Au-delà du mécanisme de Seesaw 67
3.2.3 Les processus violant la saveur leptonique 68
3.2.4 La désintégration de sparticules 73
3.3 Les neutrinos et la cosmologie 74
3.3.1 L'asymétrie baryonique 74
3.3.2 La leptogenèse 75
3.3.3 L'inflation sneutrinique 78
3.4 Conclusions 81

4 Le grand "Au-delà" 83
4.1 La Grande Unification 83
4.1.1 Les équations d'évolution des couplages g_i 84
4.1.2 Les modèles Grand Unifiés 87
4.1.3 Les conséquences typiques des GUTs 91
4.1.4 Discussion 94
4.2 La brisure de la supersymétrie 95
4.2.1 Terme F et terme D 95
4.2.2 Supersymétrie locale ou Supergravité 97
4.2.3 Supergravité 97
4.2.4 Le mécanisme de Super-Higgs 99
4.2.5 Couplage de la Supergravité à la matière 100
4.2.6 Théorie effective aux basses énergies 101
4.2.7 Conclusion sur la brisure de la supersymétrie locale 103
4.3 Vers une "Théorie de Tout" 104
4.3.1 Les problèmes de la gravité quantique 104
4.3.2 Introduction à la théorie des cordes 105
4.3.3 Les grandes classes de théories de cordes 106
4.3.4 La structure non-perturbative de la théorie 107
4.3.5 Compactifications, prédictions et limites des théories de supercordes 110
4.4 Les dimensions supplémentaires 111
4.4.1 Pourquoi (pas) des dimensions supplémentaires? 111
4.4.2 Les différents types de modèles 112
4.4.3 Signatures expérimentales 112
4.4.4 Des dimensions en moins à haute énergie? 113
4.5 L'énergie noire 113

Chapitre 1

Nouvelle physique et brisure électrofaible

La nécessité d'une nouvelle physique n'est pas une observation récente même si jusqu'à il y a quelques années, le Modèle Standard (MS) de la physique des particules n'avait pas été mis en défaut expérimentalement auprès des accélérateurs. La physique des neutrinos avec le phénomène des oscillations de neutrinos n'a fait que confirmer expérimentalement ce que nous savions dejà : le MS souffre d'insuffisances et plusieurs indices phénoménologiques ne peuvent trouver une explication qu'au-delà du MS. Nous vivons une période charnière pour la physique des particules car nous ne sommes qu'à quelques années des premiers résultats du grand collisionneur de protons, le LHC, où de la nouvelle physique fera son apparition[1]. C'est un moment très important pour faire un "bilan" et un récapitulatif des possibles nouvelles physiques et des idées qui se sont développées.

Beaucoup de cours et livres présentent et exposent les détails de la construction de ce qu'on appelle le Modèle Standard. Nous préfèrerons ici ne rappeler que le contenu physique et quelques détails mathématiques. Nous ferons aussi le choix de ne pas insister sur le succès de cette théorie qui fait également l'objet de nombreux exposés, pour mieux présenter les insuffisances. Ainsi il sera plus aisé de comprendre les motivations de l'élaboration d'une théorie plus complète qui expliquerait mieux le monde que nous observons.

Dans ce chapitre introductif, nous allons donc tout d'abord exposer la description actuelle de la physique des particules résumée dans le Modèle Standard puis nous passerons en revue quelques insuffisances intrinsèques. Ainsi la nécessité d'une nouvelle physique apparaitra plus clairement.

Dans un second temps nous discuterons brièvement de la place des neutrinos dans le MS et de l'impact de la découverte récente de leurs oscillations.

La troisième partie, la plus longue, sera consacrée à la brisure électrofaible, dont l'origine est la seule inconnue du Modèle Standard. Nous verrons comment devrait intervenir le mécanisme de Higgs dans la génération des masses et nous discuterons aussi des alternatives à un boson de Higgs élémentaire que proposent les modèles de technicouleur. Puisque nous sommes à l'aube des résultats expérimentaux du LHC nous présenterons les possibilités de découverte du boson de Higgs ainsi que les modèles alternatifs dans le cas où le Higgs ne paraitrait pas dans la gamme de masses où nous l'attendons.

1. Soyons optimistes !

Nous terminerons ce chapitre en présentant un exemple de "carte routière" des possibles nouvelles physiques et des énigmes qu'il reste à élucider dans les années à venir.

1.1 Le Modèle Standard et ses problèmes

1.1.1 Le cadre actuel : le Modèle Standard de la physique des particules

Particules, interactions et symétries

Avant d'aller explorer la physique des hautes énergies et les théories possibles, il est bon de se remémorer la vision actuelle de la physique des particules du Modèle Standard.

Aujourd'hui, en physique des particules, le monde est décrit comme étant un espace à 3 dimensions spatiales et 1 dimension temporelle contenant des particules élémentaires de la matière, *les fermions*, qui interagissent entre elles par l'intermédiaire de 4 forces. Ces 4 interactions fondamentales – électro-magnétique, forte, faible et gravitationelle – se comprennent par l'échange d'un autre type de particules élémentaires, *les bosons de jauge*. On schématise les interactions entre particules par les diagrammes de Feynman. Toutes ces interactions entre particules obéissent à des symétries locales et internes et les propriétés des particules s'en déduisent. Les théories qui décrivent ces interactions fondamentales sont toutes des théories de jauge.

* L'électrodynamique quantique (QED) qui est la version relativiste et quantique de l'électromagnétisme est mathématiquement construite autour de la symétrie de jauge locale U(1) (symétrie locale de la phase des champs). Son boson de jauge associé est le *photon*, de masse nulle[2], de spin 1, et il se couple à la charge électrique des fermions.

* La QCD décrit l'interaction forte et celle-ci se produit par l'échange de *gluons*, qui sont au nombre de huit[3] et qui se couplent à la charge de "couleur" des fermions. Cette charge de couleur est l'analogue "fort" de la charge électrique bien connue. La masse des gluons est nulle[4] et ils ont un spin 1. L'interaction forte se distingue entre autres par 2 propriétés importantes, le *confinement* et la *liberté asymptotique*[5].

* Le modèle de Glashow-Weinberg-Salam (GWS) décrit à la fois l'interaction faible et l'interaction électromagnétique, réunies sous le terme d'interaction électrofaible. Mais ce

2. Ce qui est une conséquence directe de l'invariance de jauge. Cette dernière empêche l'introduction de terme de masse $mG^{\mu}G_{\mu}$ dans le lagrangien et donc d'une masse pour les champs de jauge G^{μ}.

3. Le nombre de bosons de jauge est donné par le nombre de générateurs de la symétrie de jauge. Pour les théories type SU(N), ce nombre est $N^2 - 1$.

4. C'est aussi une conséquence directe de l'invariance de jauge.

5. La charge de couleur du quark diminue quand on se "rapproche" du nuage de gluons autour du quark. A la limite asymptotique (distances infiniment courtes), l'interaction de couleur entre les quarks est donc nulle. Ceux-ci sont donc quasi-libres à très courtes distances. C'est la liberté asymptotique. Inversement, à des distances grandes (environ 10^{-13} cm), l'interaction de couleur devient très forte et les quarks sont confinés en hadrons et n'existent pas à l'état libre. La démonstration de la liberté asymptotique a d'ailleurs valu cette année le prix Nobel de physique à D. J. Gross, F. Wilczek et H. D .Politzer. En revanche, la démonstration du confinement reste toujours un défi pour les théoriciens.

modèle n'unifie pas vraiment les 2 interactions en une seule, il les englobe mathématiquement dans un même formalisme, un même groupe de symétrie de jauge : $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$. Dans ce modèle il y a en effet deux constantes de couplage différentes, conventionnellement g et g', respectivement. Si on veut retrouver la constante de couplage électromagnétique e, on utilise la relation :

$$e = \frac{g\, g'}{\sqrt{g'^2 + g^2}}. \tag{1.1}$$

Les bosons de jauge associés à cette symétrie sont au nombre de quatre[6], trois "W" pour $SU(2)$ et un "B" pour $U(1)$. Mais les bosons physiques de la théorie, ceux qui s'observent dans les interactions, sont le photon A et les bosons $W^{\pm}$ et Z^0. Les bosons A et Z s'obtiennent par une rotation, dans l'espace interne, des bosons W^3 et B d'un angle θ_W appelé angle électrofaible :

$$\begin{pmatrix} Z^\mu \\ A^\mu \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(\theta_W) & \sin(\theta_W) \\ -\sin(\theta_W) & \cos(\theta_W) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} W_3^\mu \\ B^\mu \end{pmatrix}, \tag{1.2}$$

et nous avons la relation :

$$\sin^2(\theta_W) = \frac{g'^2}{g'^2 + g^2}, \tag{1.3}$$

qui vaut expérimentalement 0.23120 ± 0.00015 d'après le PDG 2004 [1]. C'est de ce point de vue que l'on considère l'unification des deux interactions. La "vraie" unification (une constante de couplage unique pour l'ensemble) se produirait plutôt à des énergies de l'ordre de 10^{16} GeV, et incluerait aussi l'interaction forte. Nous étudierons ceci dans le cadre des théories de Grande Unification beaucoup plus tard, au dernier chapitre. Les trois bosons $W^{\pm}$ et Z^0 ont des masses approximatives de 80 et 91 GeV respectivement. La masse non-nulle des bosons faibles rend l'interaction de très courte portée[7], si bien qu'à des énergies faibles devant ces masses on retrouve la théorie de Fermi des interactions faibles. Mais l'interaction faible a aussi une spécificité très importante phénoménologiquement : *la violation de la parité* (c'est-à-dire la non-invariance par renversement des coordonnées spatiales : $x \rightarrow -x$) dans les interactions à courants chargés (par échange de bosons chargés W^+ et W^-). Cette spécificité se traduit par le fait que seules les particules de chiralité[8] gauche sont sensibles à l'interaction faible.

* Enfin la quatrième et dernière interaction connue mais qui n'est pas comprise dans le Modèle Standard, la gravitation, est supposée véhiculée par le *graviton*, de masse nulle et de spin 2. Elle ne joue pas de rôle en physique des particules aux énergies qui nous sont accessibles (quelques TeV). L'interaction gravitationnelle est décrite classiquement par la Relativité Générale que l'on peut considérer comme une théorie de jauge basée sur une invariance locale de l'espace-temps (le groupe de symétrie est alors le groupe de Poincaré).

Les symétries sont très utiles pour décrire les interactions fondamentales mais ont aussi d'importantes implications pour la classification des fermions. Ces constituants de

6. Comme dans le cas de QCD, mathématiquement, le nombre de bosons de jauge est lié au groupe de symétrie - voir la note 3.

7. Puisque $\Delta E \Delta T \simeq \hbar$, nous trouvons que la portée $L \simeq \hbar/cM$.

8. Toute particule de spin 1/2 peut être décomposée en une partie appelée "gauche" et une partie appelée "droite" qui ont des transformations différentes sous le groupe de Lorentz. La chiralité se confond d'ailleurs avec l'hélicité, projection du spin sur l'impulsion, dans le cas de particules de masses nulles.

la matière sont classés en 2 catégories, de propriétés différentes (ils ont des nombres quantiques et des transformations de symétrie différents). Le tableau (1.1) résume le contenu en particules du Modèle Standard.

Multiplet	Particules	$SU(3)_C \otimes SU(2)_L \otimes U(1)_Y$
	Générations	
L_L	$\begin{pmatrix} \nu_e \\ e^- \end{pmatrix}_L , \begin{pmatrix} \nu_\mu \\ \mu^- \end{pmatrix}_L , \begin{pmatrix} \nu_\tau \\ \tau^- \end{pmatrix}_L$	(**1**,**2**,-1)
E_R	$e_R^- , \mu_R^- , \tau_R^-$	(**1**,**1**,-2)
Q_L	$\begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}_L , \begin{pmatrix} c \\ s \end{pmatrix}_L , \begin{pmatrix} t \\ b \end{pmatrix}_L$	(**3**,**2**,+1/3)
U_R	u_R , c_R , t_R	(**3**,**1**,+4/3)
D_R	d_R , s_R , b_R	(**3**,**1**,-2/3)

TAB. 1.1 – *Contenu en particules du MS.*

Nous avons pour les fermions :

-d'un coté les *quarks*, sensibles aux interactions forte, faible et électromagnétique (et gravitationnelle). Ce sont des triplets de $SU(3)_C$ qui existent donc en 3 couleurs (conventionnellement rouge, vert ou jaune, bleu). Ils se déclinent en 3 saveurs (u, c et t) de charge électrique $+(2/3)e$ et 3 saveurs (d, s et b) de charge électrique $-(1/3)e$ ainsi qu'en 2 chiralités (gauche et droite).

-d'un autre coté les *leptons*, qui ne sont pas sensibles à l'interaction forte mais sont sensibles aux trois autres. Ils ne portent pas de charge de couleur et ont des masses généralement moins élevées que les quarks. Nous distinguons les leptons chargés $-e$ (électron, muon, tau) qui existent avec les 2 chiralités gauche et droite et les neutrinos de charge électrique nulle mais uniquement gauches[9].

Quarks et leptons sont aussi répartis en 3 *générations* ou *familles*, de masses de plus en plus élévées. Pour éviter les *anomalies*[10] il faut que le nombre de générations soit le même entre quarks et leptons. Ce nombre est fixé à 3 grâce à la mesure de la largeur du Z.[11]

Les antiparticules correspondantes possèdent les même masses, mais les charges électriques et les chiralités sont opposées.

9. Les neutrinos droits n'ont pas été observés à l'heure actuelle, voir plus loin.

10. A l'origine, les anomalies viennent de la brisure des symétries classiques du lagrangien par les corrections quantiques à boucles. On les observe par exemple dans la désintégration du π^0 en 2 photons. Pour les éliminer, il faut introduire des conditions extérieures comme des conditions sur les hypercharges ou sur les nombres de quarks et leptons.

11. En mesurant la largeur de désintégration du boson Z^0, c'est-à-dire l'inverse de son temps de vie, les expériences du LEP ont pu déduire le nombre de saveurs de neutrinos légers. Ils sont au nombre de 2.984 ± 0.011. D'après le MS, cela limite le nombre de doublets de leptons et pour éviter l'apparition d'anomalies cela limite aussi le nombre de quarks. Il n'y a donc que 3 générations de quarks et leptons.

Mathématiquement, les particules se distinguent par leurs propriétés de transformation sous les différents groupes de symétries de jauge du Modèle Standard, $SU(3)_C$, $SU(2)_L$ et $U(1)_Y$. A chacun de ces groupes est associé un nombre quantique: la couleur, l'isospin faible T et sa troisième composante T_3 et l'hypercharge Y. La charge électrique s'obtient par la combinaison linéaire $Q = T_3 + Y/2$. La dernière colonne du tableau (1.1) indique, pour chacun des 3 groupes du MS, la représentation à laquelle appartient la particule. Les nombres quantiques associés s'en déduisent. Par exemple, l'électron gauche se transforme dans le MS selon la représentation notée (**1**,**2**,-1). Ceci signifie :

-que c'est un singulet de couleur (charge de couleur nulle, il ne subit pas l'interaction forte),

-qu'il forme avec le neutrino gauche un doublet d'isospin T=1/2 (et son T_3, la projection de l'isospin faible sur un axe, vaut -1/2),

-qu'il possède une hypercharge égale à -1.

Nous pouvons vérifier que nous obtenons bien une charge électrique -1 en unité de la charge électrique de l'électron, e.

Le lagrangien du Modèle Standard

Nous venons de décrire le contenu du MS en champs de matière et en champs de jauge, nous pouvons maintenant résumer tout ceci dans le lagrangien de la théorie. Mais il manque encore quelques élements essentiels qui n'ont pas été abordés.

Depuis Cabibbo et grâce à Glashow, Iliopoulos, Maiani puis Kobayashi et Maskawa, on sait maintenant que les quarks sont "mélangés". C'est un des aspects les plus importants pour la phénoménologie. On distingue les *états de saveurs* qui sont les états propres d'interaction faible et les *états de masse* qui sont les états propres de propagation. Ces deux bases ne sont pas identiques, et la matrice de Cabibbo, Kobayashi et Maskawa (CKM) est la matrice de changement de base :

$$\begin{pmatrix} d' \\ s' \\ b' \end{pmatrix} = V_{CKM} \begin{pmatrix} d \\ s \\ b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} V_{ud} & V_{us} & V_{ub} \\ V_{cd} & V_{cs} & V_{cb} \\ V_{td} & V_{ts} & V_{tb} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} d \\ s \\ b \end{pmatrix} \tag{1.4}$$

La matrice V_{CKM} s'écrit souvent sous la forme de trois rotations successives dans l'espace des saveurs et une phase. Cette redéfinition de la base des quarks n'a d'effet que sur les courants chargés (échange d'un W) car la matrice est unitaire ($V\,V^\dagger = 1$). Les courants neutres ne changent que très peu la saveur[12]. La matrice CKM est complexe ce qui se traduit par des phases $e^{i\delta}$ dans la définition des états propres. Mais nous pouvons montrer qu'une seule phase est physique (observable) et reste *a priori* non-nulle. Physiquement, c'est cette phase qui serait à l'origine de la violation de la symétrie CP dans certaines interactions faibles[13].

Le lagrangien du MS se construit en suivant deux règles essentielles : *l'invariance de jauge sous le groupe de symétrie du MS* et la *renormalisabilité*. En effet, cette dernière assure que les quantités mesurables calculées seront finies car les infinités rencontrées ne

12. On utilise en général l'abréviation FCNC issue de l'anglais Flavour Changing Neutral Current pour parler de courant neutre qui change la saveur.

13. Par exemple dans $K \to \pi\pi$ ou dans $B^0 \to K_S J/\psi$. Si la symétrie CP n'est pas respectée, alors un processus réalisé avec les antiparticules ne donnera pas le même résultat (c'est-à-dire la même section efficace, par exemple) que le même processus avec des particules.

sont pas physiques. Ceci rend ce modèle très prédictif contrairement à l'ancienne théorie des interactions faibles, la théorie de Fermi. Le lagrangien (1.5) comporte 4 parties, une pour chaque ligne; la première décrit *le secteur de jauge* c'est-à-dire toute la dynamique des champs de jauge (des bosons de jauge). Le deuxième terme est *le secteur de Dirac* dans lequel nous retrouvons tous les champs de matière ψ (les fermions) et leurs interactions avec les champs de jauge. Le troisième terme est *le secteur de Yukawa* qui contient les interactions des fermions avec le champ de Higgs ϕ et qui donne après brisure de la symétrie électrofaible toutes les masses des fermions. Enfin, la dernière ligne correspond au *secteur de Higgs* qui réalise le *mécanisme de Higgs* dont nous parlerons plus loin.

$$\begin{aligned} \mathcal{L} &= -\frac{1}{4} F^a_{\mu\nu} F^{a\ \mu\nu} \\ &+ i\bar{\psi} \not{D} \psi + h.c. \\ &+ \psi_i y_{ij} \psi_j \phi + h.c. \\ &+ |D_\mu \phi|^2 - V(\phi). \end{aligned} \tag{1.5}$$

1.1.2 Le Modèle Standard et les tests de précision électrofaibles

Même si ce cours est orienté vers les nouvelles physiques et l'après-MS, ne pas présenter l'extraordinaire accord du MS avec les données expérimentales ne serait pas lui rendre justice. C'est en effet un modèle très prédictif et qui a été testé et vérifié avec une précision supérieure au pourcent, dans une large variété d'expériences, et dans un vaste domaine d'énergie : de la violation de la parité dans les atomes avec une (impulsion)^2 transférée, Q^2, d'environ 10^{-10} GeV^2 à des collisions proton-antiproton à $Q^2 \simeq 10^5$ GeV^2. Il existe des références récentes [2, 3] dans lesquelles tous ces tests sont présentés, nous nous contenterons de résumer l'accord de ce modèle avec les nombreux tests de précision électrofaibles dans le tableau (1.2). On y retrouve par exemple les résultats de la mesure de la largeur du Z, de la masse du W et de celle du top. L'ensemble des tests forme un ensemble de contraintes très fortes. A l'examen du tableau (1.2) nous ne pouvons pas encore dire que nous avons vu de déviation significative des prédictions du MS et donc de nouvelle physique. Néanmoins, cet accord contraint fortement les nouvelles physiques possibles. Jusqu'à présent le Modèle Standard est donc une description très performante de la réalité à des échelles d'énergies inférieures à quelques centaines de GeV.

1.1.3 Les insuffisances du Modèle Standard

Le constat expérimental précédent, en faveur du MS, confronté au constat théorique suivant est source d'étonnements dans la communauté des physiciens des particules. En effet, le MS n'explique pas, par exemple, les nombres quantiques des particules (charge électrique, isospin faible, couleur,...), ne prédit pas le spectre de masse ni n'inclut l'interaction gravitationnelle. Passons un peu de temps sur chaque point pour mieux comprendre pourquoi le Modèle Standard ne peut pas être la description ultime de la nature.

Les paramètres libres

Outre les nombres quantiques des particules, le MS contient au moins 19 paramètres libres, non déterminés par la théorie et ajustés *a posteriori* par l'expérience. Il n'explique donc pas l'origine de la valeur de ces paramètres. Si nous faisons le décompte, nous avons :

Observable	Mesure	fit du MS
m_Z [GeV]	91.1875 ± 0.0021	91.1873
Γ_Z [GeV]	2.4952 ± 0.0023	2.4965
σ_h^0 [nb]	41.540 ± 0.037	41.481
R_l^0	20.767 ± 0.025	20.739
$A_{FB}^{0,l}$	0.0171 ± 0.0010	0.0164
A_l (SLD)	0.1513 ± 0.0021	0.1480
A_l (P_τ)	0.1465 ± 0.0033	0.1480
R_b^0	0.21644 ± 0.00065	0.21566
R_c^0	0.1718 ± 0.0031	0.1723
$A_{FB}^{0,b}$	0.0995 ± 0.0017	0.1037
$A_{FB}^{0,c}$	0.0713 ± 0.0036	0.0742
$\mathcal{A}_b$	0.922 ± 0.020	0.935
$\mathcal{A}_c$	0.670 ± 0.026	0.668
$\sin^2\theta_{eff}^{lept}(Q_{FB}^{had})$	0.2324 ± 0.0012	0.23140
m_W [GeV]	80.425 ± 0.034	80.398
Γ_W [GeV]	2.133 ± 0.069	2.094
m_t [GeV] $(\mathrm{p\overline{p}})$	178.0 ± 4.3	178.1
$\Delta\alpha_{had}^{(5)}(m_Z^2)$	0.02761 ± 0.00036	0.02768

TAB. 1.2 – *Ce tableau résume les mesures de précision à grand Q^2 et donne les résultats fités dans le cadre du MS. De plus amples détails sur la signification de certaines observables se trouvent dans la référence [2] d'où est extrait ce tableau.*

- 3 constantes de couplage pour chacune des 3 interactions (le MS ne nous dit pas pourquoi l'interaction faible est si faible ni pourquoi l'interaction forte est si forte à basse énergie, les valeurs ont été déduites des mesures). De façon équivalente, on peut remplacer ces trois paramètres libres par α_s, e et $\sin^2\theta_W$.

- 1 paramètre de QCD, θ_{QCD} qui correspond à une possible violation de CP dans les interactions fortes[14]

- les 6 masses des 6 saveurs de quarks u, c, t, d, s, b

- 3 angles de mélanges des quarks + 1 phase de violation de CP faible

- les 3 masses des 3 leptons chargés e, μ, τ

- les 2 paramètres du potentiel de Higgs, λ et μ (ou de façon équivalente M_H et M_W ou M_Z).

La découverte récente des oscillations de neutrinos ajoute encore 9 paramètres supplémentaires. De plus, nous avons aussi besoin de paramètres libres supplémentaires pour générer les masses des neutrinos par le mécanisme de Seesaw[15]. Ceci est un problème que la plupart des modèles rencontrent mais parmi les paramètres précédents certains trouvent une explication dans les Théories de Grande Unification (les couplages de jauge, les angles de mélanges) ou la supersymétrie (les paramètres de la brisure électrofaible).

La gravitation

Le Modèle Standard ne donne pas de description quantique de la théorie de la gravité. En fait, l'interaction gravitationnelle est ajoutée, juxtaposée au MS sous sa forme actuelle c'est-à-dire la Relativité Générale (RG). Cela ne pose pas de problème à l'échelle d'énergie qui nous est accessible actuellement puisque la force gravitationelle y est considérablement plus faible que l'interaction faible. Mais pour des énergies autour de 10^{19} GeV, elle est de même intensité et nous ne pouvons plus la traiter classiquement *via* la RG.

De plus, certains phénomènes cosmologiques sont insuffisamment expliqués et il faut introduire d'autres paramètres libres, non prédits par la théorie, comme la constante cosmologique Λ, au moins un paramètre d'inflation, l'asymétrie baryonique[16],...

La quantification de la gravitation, *i.e.* sa version quantique, est depuis longtemps une des préoccupations principales des physiciens théoriciens. La difficulté vient notamment de sa non-renormalisabilité. Comme nous le verrons à la fin de ce cours sur les nouvelles physiques, la théorie des supercordes semble pouvoir être la solution et l'espoir est permis.

La matière noire

Au début des années 90, les astronomes ont fait une découverte[17] très importante pour les physiciens des particules : l'existence de *matière noire*. Ils ont observé que la densité de matière connue (baryonique) ne représentait que moins de 4% de la densité totale de l'Univers. 20% de la densité totale viendrait d'une matière non baryonique qui n'existe pas dans le MS, ce que l'on appelle la matière noire. Pire encore, le reste nous

14. Ce paramètre est la cause de ce que l'on appelle le "strong CP problem" car on ne comprend pas pourquoi sa valeur est si faible voire peut-être même nulle. En effet, les mesures expérimentales donnent une limite supérieure sur θ_{QCD} de 10^{-9} [4].

15. Tout ce qui est lié à la masse des neutrinos sera précisé au chapitre 3.

16. C'est-à-dire l'asymétrie entre le nombre de particules et d'antiparticules.

17. C'est en comparant la vitesse de rotation de la galaxie avec la valeur qu'elle aurait si elle n'était faite que de matière ordinaire.

est totalement inconnu et on l'attribue à une sorte d'*énergie noire*[18]. Tous les modèles au-delà du MS contiennent des particules nouvelles et celles-ci, à condition d'être stables, neutres et sans interactions fortes, peuvent jouer le rôle de matière noire. La supersymétrie offre par exemple un candidat très sérieux, le *neutralino*. Par contre, l'énergie noire est aujourd'hui un mystère total et sont explication ne peut se trouver que dans les modèles qui incluent la gravitation.

La hiérarchie des échelles

Si nous regardons le domaine des énergies, tracé sur la figure (1.1), il s'étend jusqu'à 10^{19} GeV où la gravité n'est plus négligeable dans les interactions entre particules. Une question se pose alors, pourquoi y a-t-il 17 ordres de grandeurs qui séparent l'échelle électrofaible de l'échelle de Planck ?! Là non plus le MS ne donne pas de réponse, et c'est même l'un des plus grands défis de la physique moderne. Peu de modèles apportent une explication satisfaisante. A plus petite échelle, la même observation peut être faite à propos des masses de fermions connus. Pourquoi le top est il 4×10^5 fois plus lourd que l'électron ? Il faut là aussi comprendre les raisons de cette autre hiérarchie (appelée parfois hiérarchie des saveurs). L'introduction de dimensions spatiales supplémentaires pourrait donner une réponse au problème mais ce n'est souvent qu'une reformulation qu'elles proposent.

Clairement, il reste des mystères qui nécessitent un autre modèle qui prendra le relais du Modèle Standard pour la physique à plus haute énergie.

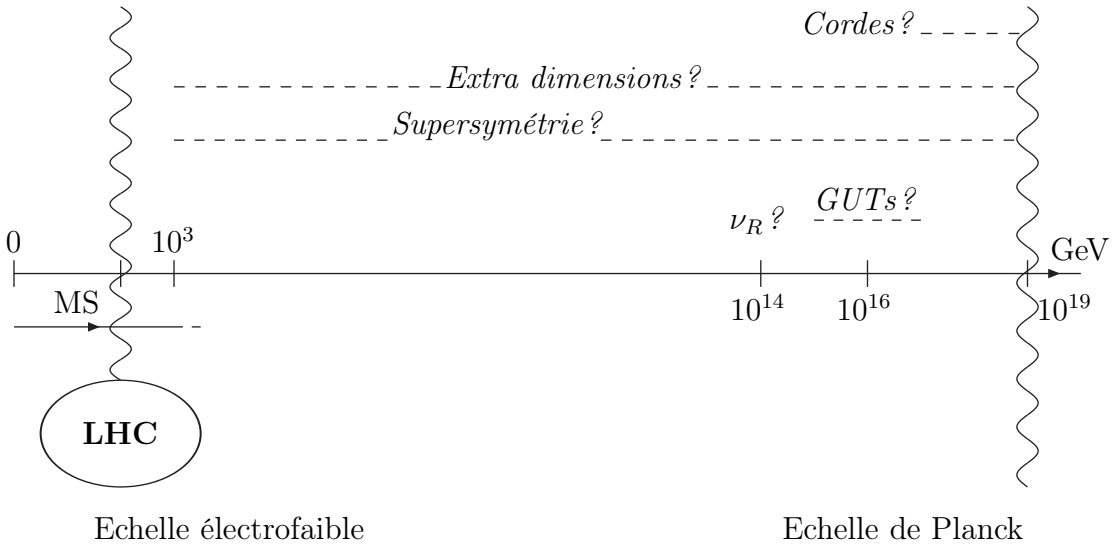

FIG. 1.1 – *Les différentes échelles d'énergie en physique des particules et les nouvelles physiques possibles.*

18. Elle est appelée ainsi car elle elle n'est pas due à la matière.

1.2 Introduction au secteur des neutrinos

Cette section a pour but d'exposer ce que la plupart des physiciens considèrent comme le premier indice de l'existence d'une nouvelle physique au-delà du MS. Mais avant tout, rappellons-nous les particularités des neutrinos et leur place dans le MS.

1.2.1 Les neutrinos dans le Modèle Standard

Le neutrino fût la première fois introduit par W.Pauli pour rendre compte du spectre continu de l'électron dans les désintégrations β telles que : $n \to p + e^- + \nu_e$ et c'est 25 années plus tard que F.Reines et C.Cowan Jr observèrent pour la première fois ces neutrinos[19], produits par un réacteur nucléaire. Depuis les années 60, des neutrinos provenant du Soleil, de l'atmosphère et même d'une supernova du Nuage de Magellan ont été détectés.

Dans la théorie électrofaible il est rangé avec l'électron[20] dans un doublet leptonique de chiralité gauche, d'isospin faible 1/2 et d'hypercharge $Y = -1$; voir tableau (1.1) :

$$L = \begin{pmatrix} \nu_e \\ e^- \end{pmatrix}_L . \tag{1.6}$$

Il ne subit que l'interaction faible. Mais contrairement à l'électron ou à n'importe quel autre lepton chargé, jusqu'à présent seul des neutrinos de chiralité gauche ont été observés[21] (ainsi que des antineutrinos droits).

La faiblesse de ses interactions avec la matière rend difficile sa détection et les expériences qui visent à connaitre les propriétés des neutrinos atteignent donc des tailles colossales. Pour exemple, l'expérience SuperKamiokande au Japon est constituée d'un immense réservoir d'eau de 45 000 tonnes. Elle est capable notamment de détecter en temps réel les électrons de l'eau diffusés par interaction élastique avec les neutrinos solaires :

$$\nu_\alpha + e^- \to \nu_\alpha + e^- .$$

L'explication de la faiblesse des interactions se trouve dans le fait que les neutrinos n'interagissent que par échange de boson W ou Z, c'est-à-dire :
- par courant chargé (échange d'un boson vecteur $W^\pm$):

$$\mathcal{L}_{cc} = \frac{-g}{\sqrt{2}} \sum_{\alpha=e,\mu,\tau} \nu_{L_\alpha} \gamma_\mu l_{L_\alpha} W^\mu \ + \ h.c, \tag{1.7}$$

- par courant neutre (échange d'un boson vecteur Z^o):

$$\mathcal{L}_{nc} = \frac{-g}{2\cos\theta_W} \sum_{\alpha=e,\mu,\tau} \nu_{L_\alpha} \gamma_\mu l_{L_\alpha} Z^\mu \ + \ h.c, \tag{1.8}$$

19. En réalité c'était des antineutrinos électroniques.

20. Plus rigoureusement, c'est le neutrino électronique qui est rangé avec l'électron. Comme tous les fermions du MS, le neutrino existe en 3 familles : le neutrino électronique, muonique, tauique.

21. Les neutrinos droits n'existent donc pas ? Si un neutrino droit existe, étant de chiralité droite et l'interaction faible ne concernant que les particules gauches, il n'est pas sujet à cette interaction. Il ne lui reste que des interactions indirectes (nous ne comptons pas la gravitation) pour se manifester (voir chapitre 3).

Les sections efficaces contiennent alors un facteur très petit:

$$\sigma \propto \left(\frac{g^2}{M_W^2}\right)^2 \propto G_F^2. \tag{1.9}$$

Nous allons maintenant discuter de la masse des neutrinos. Les fermions, comme l'électron, ont un terme de masse dans le lagrangien qui s'écrit :

$$\mathcal{L} \supset -m_\nu^D \overline{f_L} f_R. \tag{1.10}$$

C'est un terme qui lie un fermion gauche avec un fermion droit. La non-existence de neutrinos droits interdit donc ce terme de masse et nous disons que le neutrino n'a pas de *masse de Dirac*. Mais pouvons-nous écrire un terme de masse pour ν_L même sans ν_R? Oui, un terme de *masse de Majorana* :

$$\mathcal{L} \supset -\frac{1}{2} m_\nu^M \overline{(\nu_L)^c} \nu_L \tag{1.11}$$

avec $\nu = \nu^c = C\overline{(\nu)^T}$. C est la matrice de conjugaison de charge ($C = i\gamma^0\gamma^2$). Dans ce cas, le neutrino est sa propre antiparticule !

Or, il existe dans le MS une loi de conservation qui interdit ce terme. En effet, pour expliquer la non-observation de $\mu \to e\,\gamma$, $\tau \to e\,\gamma$ et $\tau \to \mu\,\gamma$[22] on introduit un nombre leptonique L pour chaque famille et qui se conserve. Ainsi on a les nombres leptoniques suivant pour le muon $L_\mu = 1$, $L_e = 0$, $L_\tau = 0$, l'électron $L_\mu = 0$, $L_e = 1$, $L_\tau = 0$ et par exemple la désintégration $\mu \to e\,\gamma$ ne serait pas permise à cause de la conservation de L_μ et L_e. Ce nombre leptonique est relié à une symétrie globale du lagrangien dont l'origine profonde reste à être clarifiée. Un terme de masse de Majorana comme l'équation (1.11) a $\Delta L_\alpha = 2$, le nombre leptonique individuel n'est pas conservé. Il n'y a pas d'autre terme de masse possible, par conséquent le neutrino a une masse nulle dans le Modèle Standard ! Ceci est assez surprenant pour une particule de matière. Mais est-ce cohérent avec les résultats expérimentaux ? Les observations directes sur la masse des neutrinos et les limites cosmologiques ne donnent malheureusement que des limites supérieures, mais il y a un fait expérimental qui entre en désaccord direct avec des masses nulles pour les neutrinos : l'observation des oscillations entre saveurs de neutrinos.

1.2.2 Les oscillations de neutrinos : nouvelle physique

Les oscillations de neutrinos reposent sur le même principe que le mélange CKM des quarks "down" : les états propres de masses, *i.e.* de propagation, ne coïncident pas avec les états propres de saveurs. En d'autres mots, les neutrinos produits dans les interactions faibles (états de saveurs) sont des combinaisons linéaires des états de propagation. Un neutrino de saveur purement électronique, initialement produit dans le Soleil, a donc une probabilité non-nulle de devenir purement de saveur muonique à l'endroit où on le détecte[23]. Ainsi, les expériences comme SuperKamiokande qui peuvent faire la comptabilité

22. Les limites supérieures sur les taux de branchements c'est-à-dire sur les largeurs partielles de désintégration sont : $BR(\mu \to e\,\gamma) < 1.2 \times 10^{-11}$, $BR(\tau \to e\,\gamma) < 2.7 \times 10^{-6}$, $BR(\tau \to \mu\,\gamma) < 1.1 \times 10^{-6}$.

23. Dans le cas à deux saveurs, nous pouvons faire l'analogie avec un système à deux niveaux en mécanique quantique dans lequel la probabilité de présence oscille entre les 2 niveaux à la pulsation de Rabi.

des neutrinos électroniques provenants du Soleil observent un déficit important (plus de 50% !) par rapport au nombre de neutrinos solaires prédits par le modèle solaire standard[24]. Toutes les interprétations autres que les oscillations, comme une désintégration du neutrino, sont très défavorisés [5, 6].

Le phénomène d'oscillation entre saveurs nécessite une masse non-nulle pour les neutrinos. De plus le nombre leptonique individuel n'est pas conservé au cours du temps. Voici pourquoi nous disons que les oscillations, et donc les masses des neutrinos, demandent une physique au-delà du Modèle Standard. Nous reviendrons sur ce point au chapitre 3 où les choses apparaitront plus clairement.

Il est vrai que nous pouvons toujours modifier et étendre le MS pour inclure ce phénomène mais l'explication n'est pas naturelle. Le neutrino est visiblement un fermion à part et l'origine de sa particuliarité doit se comprendre à partir d'une physique à plus haute énergie (par exemple dans les théories de Grande Unification que nous verrons en détail au dernier chapitre).

1.3 Le secteur de Higgs : la brisure électrofaible

1.3.1 La génération des masses

Le secteur électrofaible du MS est décrit par la symétrie de jauge $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$. Or l'invariance du lagrangien sous cette symétrie ne permet pas l'introduction de termes de masse pour les bosons ou les fermions ! A ce stade de la description, aucune particule n'est donc massive ce qui n'est pas conforme à nos observations. La symétrie doit donc être brisée d'une façon ou d'une autre. Cependant, il faut garder cette symétrie dans les interactions c'est-à-dire dans le lagrangien. La brisure ne peut alors pas être *explicite*, elle est *spontanée*. Il existe un théorème, *le théorème de Goldstone* qui donne les deux conséquences importantes de la brisure spontanée d'une symétrie globale :

* Le lagrangien reste invariant mais l'état d'énergie minimale, *i.e.* le vide, n'est pas invariant. La symétrie n'est alors plus manifeste dans le spectre des états[25].

* Il existe un certain nombre d'états physiques de masse nulle dont les propriétés sont reliées à celles des générateurs de la symétrie brisée. Ce sont les modes ou *bosons de Goldstone*. Il y en a autant que le nombre de générateurs brisés de la symétrie.

Quand la symétrie est approchée, par exemple la symétrie chirale des quarks de l'interaction forte, les bosons de Goldstone ont une masse non-nulle, mais faible, dont l'ordre de grandeur est reliée à la validité de l'approximation. Les pions, qui ont une masse d'environ 135 MeV (donc beaucoup plus faible que les masses des autres hadrons, objets typiques de l'interaction forte), jouent ce rôle. On les appelle les bosons de pseudo-Goldstone de la symétrie chirale de l'interaction forte.

Mais dans le Modèle Standard, $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ est une symétrie de jauge donc locale. Les conséquences de la brisure spontanée sont alors différentes : certains bosons de Goldstone disparaissent au profit de nouveaux états de polarisation longitudinale des bosons de jauge, devenus massifs[26]. Les bosons de Goldstone restants sont aussi devenus massifs.

24. Ce modèle est très performant et ne peut être raisonnablement mis en doute.

25. Car les états excités s'obtiennent par l'action des différents générateurs sur le vide (l'état fondamental) et ne possèdent plus la symétrie.

26. Nous passons de deux états de polarisation d'un champ de jauge de spin 1 sans masse à trois.

C'est le fameux *mécanisme de Higgs* de Brout, Englert, Higgs et Kibble et c'est le seul mécanisme connu de génération des masses qui conserve la renormalisabilité du MS.

Nous allons maintenant expliciter un peu plus ce mécanisme. Prenons le cas simple d'un champ scalaire complexe ϕ dans une théorie de jauge $U(1)$. Le lagrangien est :

$$\mathcal{L} = D_\mu \phi^\dagger D^\mu \phi - \frac{1}{4} F^{\mu\nu} F_{\mu\nu} - V[\phi]. \tag{1.12}$$

Le terme $V[\phi]$ est le potentiel effectif et renormalisable créé par le champ ϕ, il peut s'écrire :

$$V[\phi] = -\mu^2 \phi^\dagger \phi + \lambda (\phi^\dagger \phi)^2 \tag{1.13}$$

avec $\mu^2 > 0$, $\lambda > 0$.

Le champ ϕ est appelé le *champ de Higgs* et si nous le paramétrisons en fonction de deux champs réels, alors $\phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2}}(\phi_1(x) + i\phi_2(x))$ et le potentiel s'écrira :

$$V[\phi_1,\phi_2] = \frac{\mu^2}{2}(\phi_1(x)^2 + \ \phi_2(x)^2) + \frac{\lambda}{4}(\phi_1(x)^2 + \ \phi_2(x)^2)^2 \tag{1.14}$$

Il est manifestement invariant sous une "rotation" des champs ϕ_1 et ϕ_2 et possède la symétrie $SO(2) \sim \ U(1)$ [27]. Le potentiel admet une infinité de minima qui se distinguent les uns des autres par rotation : l'état de vide est dégénéré. Quand nous choisissons un minimum particulier pour le vide, en $\phi_1 = 0$, $\phi_2 = v/\sqrt{2}$:

$$\phi_0 =< 0|\phi|0 >= \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ +v \end{pmatrix} \tag{1.15}$$

avec

$$v = \sqrt{\frac{-\mu^2}{\lambda}}, \tag{1.16}$$

nous brisons la symétrie. ϕ_0 n'est plus invariant sous une transformation de jauge mais les lois dynamiques sont préservées : $\mathcal{L}$ reste toujours invariant de jauge. C'est tout le principe d'une brisure spontanée de symétrie, par opposition à la brisure explicite où $\mathcal{L}$ perd son invariance. Si nous redéfinissons le champ $\phi(x)$ comme une fluctuation autour de ce minimum particulier, en passant en coordonnées polaires nous avons :

$$\phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2}}(v + \ \sigma(x)) e^{i\pi(x)} \tag{1.17}$$

où $\pi(x)$ est le degré de liberté associé à la symétrie de rotation du potentiel. Il correspond à des modes d'excitation de masse nulle, c'est le *boson de Goldstone* tandis que $\sigma(x)$ est le boson associé aux excitations radiales. En développant la partie cinétique du lagrangien,

27. Le potentiel reste invariant quand on redéfinit les champs ainsi:

$$\begin{pmatrix} \phi_1^{'} \\ \phi_2^{'} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\theta e^{i\delta} & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta e^{i\delta} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \end{pmatrix}$$

$|D_\mu\phi|^2$, et en passant dans la jauge unitaire[28], nous observons l'apparition de termes de masse, de termes d'interactions, ainsi que la disparition du champ $\pi(x)$. Le champ de jauge a maintenant une masse $\left(\frac{e\,v}{2}\right)$[29] et le champ scalaire réel $\sigma(x)$ une masse $\sqrt{2\mu^2}$.

Comment réaliser ce mécanisme dans le MS? Nous souhaitons briser $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ en $U(1)_{em}$ sans toucher à $SU(3)_C$. Il nous faut donc un champ scalaire neutre de couleur, d'isospin et hypercharge faibles non nuls et au moins une composante de ce champ doit être nulle électriquement[30]. De plus, dans un modèle minimal, le même champ de Higgs brise la symétrie électrofaible et donne aussi une masse aux quarks et aux leptons. Dans le MS, les fermions gauches sont des doublets de $SU(2)_L$ et les fermions droits des singulets, donc le produit est un doublet de $SU(2)_L$. Le terme de masse des fermions, qui doit être un scalaire sous $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$[31], ne peut s'obtenir que par couplage direct à un champ de Higgs doublet de $SU(2)_L$[32]. Par exemple dans le cas des leptons,

$$\mathcal{L} \supset \sum_{i,j=e,\mu,\tau} Y_{ij}^{lep} \overline{(L_i)_L} \phi (E_j)_R \tag{1.18}$$

où Y^{lep} est une constante (matrice 3×3 dans l'espace des saveurs) qui caractérise le couplage au champ de Higgs. Elle est appelée *couplage de Yukawa* et est différente pour chaque fermion (car chaque fermion a bien une masse distincte des autres). Pour être en plus invariant sous $U(1)_Y$, il faut que les hypercharges vérifient la condition[33] : $-Y_L + Y_\phi + Y_E = -(-1) + Y_\phi - 2 = 0$, donc l'hypercharge de ϕ est 1. Le champ ϕ s'écrit alors[34] :

$$\phi = \begin{pmatrix} \phi^+ \\ \phi^0 \end{pmatrix} \tag{1.19}$$

et il appartient à la représentation (**1**,**2**,+1) du MS. Le potentiel effectif créé par ϕ est semblable à celui de l'exemple précédent. Sa forme est la plus générale possible et respecte les conditions d'invariance sous $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ et de renormalisabilité.

Après brisure spontanée, dans la jauge unitaire, nous remplaçons ϕ par sa valeur dans le vide : $<\phi>= \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v \end{pmatrix}$.

28. Notre lagrangien est par construction invariant de jauge donc nous pouvons faire ce choix particulier. Il a la particularité de faire disparaitre les bosons de Goldstone non physiques (de masse nulle) au profit de masse pour les bosons de jauge. Mais ce choix de jauge unitaire n'est pas toujours le plus pratique à cause de l'existence de bosons massifs. En effet, le propagateur d'un boson massif s'écrit :

$$\Delta^{\mu\nu} = i \left(\frac{g^{\mu\nu} - \frac{q^\mu q^\nu}{M^2}}{q^2 - M^2} \right)$$

Il ne converge pas vers 0 quand $q^\mu \rightarrow +\infty$ (à cause du terme $\frac{q^\mu q^\nu}{M^2}$) ce qui pose problème pour la renormalisation. Pour y remédier, le *théorème d'équivalence* nous dit que la voie à suivre et de ne pas calculer les amplitudes dans la jauge unitaire et donc de garder explicitement les bosons de Goldstone.

29. Où e est la constante de couplage de la théorie que nous considérons dans cet exemple.

30. C'est pour qu'il ne se couple pas au photon et donc qu'il laisse celui-ci sans masse.

31. Il doit être invariant car le lagrangien l'est.

32. D'après la théorie des groupes, $(2 \otimes 1) \otimes 2 = 3 \oplus 1$ donc on peut former un scalaire de $SU(2)$ avec 2 doublets et un singulet.

33. La trace de Y doit être nulle car c'est un des générateurs diagonaux du groupe de symétrie.

34. En utilisant la relation $Q = T_3 + \frac{Y}{2}$.

* Les fermions ont alors une masse $M_f = Y_f \frac{v}{\sqrt{2}}$.

* Les bosons de jauge ont obtenu une masse : $m_W = \frac{g\,v}{2}$ et $m_Z = \frac{m_W}{\cos\theta_W}$.

De $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ à $U(1)_{em}$, nous sommes passés de 4 générateurs de symétrie à 1. D'aprés ce qui a été dit précédemment, 3 générateurs sont brisés et deviennent les 3 degrés de polarisation longitudinale des $W^\pm$ et Z^0 qui sont maintenant massiques. Or sur les 4 champs scalaires réels[35] qui composent ϕ, 3 sont les bosons de Golstones absorbés, il reste donc un boson de Goldstone physique, *le boson de Higgs*, avec une masse :

$$m_H^2 = 2\mu^2 = 2\lambda v. \tag{1.20}$$

Si nous résumons ce qui vient d'être dit, le mécanisme de Higgs permet de briser spontanément la symétrie électrofaible, donnant alors une masse aux bosons de jauge $W^\pm$ et Z^0. Les fermions obtiennent eux une masse en se couplant avec le champ de Higgs et ce couplage est proportionnel à $\frac{M_f}{v}$. De cette brisure, il reste le boson de Higgs, de spin nul et de masse $\sqrt{2\mu^2}$.

A partir de m_W ou de G_F, reliés par la relation

$$m_W = \left(\frac{\pi\alpha/\sqrt{2}G_F}{\sin\theta_W} \right)^{1/2}, \tag{1.21}$$

on peut déduire la valeur de v :

$$v = (\sqrt{2}G_F)^{-1/2} = 246 \text{ GeV}. \tag{1.22}$$

Connaissant m_W, la masse du boson de Higgs est donc le seul paramètre libre de ce secteur ce qui rend possible la prédiction de la production et des désintégrations du Higgs en fonction de sa masse. Dans la figure (1.2) nous montrons les désintégrations du Higgs les plus importantes en fonction de sa masse. Notamment, pour m_H entre 100 et 150 GeV, les désintégrations en une paire $\bar{b}b$, $\gamma\gamma$ ou WW semblent très prometteuses et les collaborations CDF et D$\emptyset$ en font la recherche très active. Le LHC pourra davantage explorer la phénoménologie du Higgs.

1.3.2 Les propriétés du Higgs et les modèles Technicouleur

Si nous calculons les *corrections radiatives*[36] à la masse du Higgs dans le MS, nous observons qu'elles divergent quadratiquement :

$$\delta m_H^2 \propto \mathcal{O}(\frac{\alpha}{\pi})\Lambda^2 \tag{1.23}$$

Quand le cut-off Λ est supérieur au TeV, les corrections n'ont plus de sens et nécessitent l'introduction d'une nouvelle physique. L'existence d'un scalaire fondamental dans la théorie n'est pas non plus conceptuellement très satisfaisante. Pour l'instant, aucun scalaire

35. Un doublet de champs scalaires complexes peut s'écrire en fonction de quatre champs scalaires réels :

$$\phi = \begin{pmatrix} \phi_1 + i\phi_2 \\ \phi_3 + i\phi_4 \end{pmatrix}$$

36. Ces corrections sont dues aux boucles de particules virtuelles.

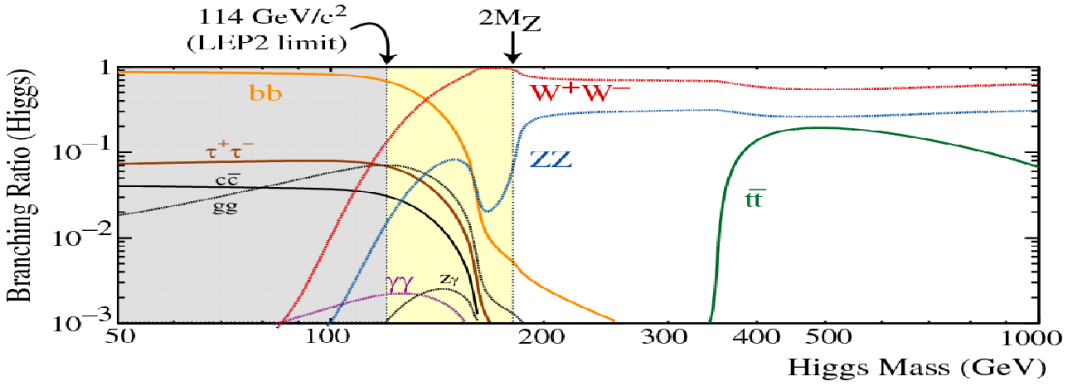

FIG. 1.2 – *Quelques taux de branchements du boson de Higgs en fonction de sa masse. [6]*

élémentaire n'a été détecté dans la nature. Toutes les particules de matière sont des fermions de spin 1/2. L'origine du mécanisme de Higgs est inconnue et l'échelle électrofaible paraît arbitraire. Elle implique des ajustements fins des paramètres et c'est ce qui la rend non-naturelle. Pour remédier à tout ceci, la *Technicouleur* (TC) fut introduite. Cette théorie repose sur l'existence d'une brisure dynamique (comme pour QCD) de l'interaction électrofaible. Le boson de Higgs est alors un condensat fortement lié de deux fermions très lourds, les techniquarks. C'est la valeur non-nulle dans le vide de ce condensat qui brise spontanément la symétrie électrofaible et réalise le mécanisme de Higgs :

$$< \phi >=< 0 \mid \overline{F_L} F_R \mid 0 >= v. \tag{1.24}$$

Ce mécanisme de "condensation" s'observe en physique du solide quand un materiau devient supraconducteur et c'est la condensation en paires de Cooper (paires d'électrons) qui brise la symétrie $U(1)_{em}$. La TC donne donc une origine purement dynamique à la brisure et l'échelle électrofaible est reliée au couplage technicouleur mobile. C'est une nouvelle interaction, très forte, qui se manifeste à des énergies de l'ordre du TeV. Sa présence résoud le problème de la divergence quadratique de m_H^2. Dans le modèle minimal, la symétrie de jauge sur laquelle se base la TC est $SU(N_{TC})$ et les nouveaux fermions, U et D, appartiennent à la représentation fondamentale. Ce sont les analogues des quarks légers de la symétrie chirale approchée de QCD.

Mais la version la plus simple, basée sur une transposition à plus haute énergie de QCD, n'est pas compatible avec les données de précision électrofaible. D'autres modèles non-minimaux ont été construits, comme la technicouleur étendue (ETC), la "walking" TC, la "topcolor assisted" TC, mais nous ne les étudierons pas dans ce cours. Le LHC devrait pouvoir découvrir ou infirmer le principe de la TC et du Higgs composite.

1.3.3 Les contraintes sur la masse du Higgs

Les données de précision électrofaibles sont capables de nous renseigner sur la nature du Higgs et d'une façon générale sur la nouvelle physique. En effet, Veltman a montré la sensibilité des corrections à boucles aux particules "invisibles", c'est-à-dire trop massives pour être produites. Par exemple, au niveau d'une boucle, les masses du W et du Z sont données par:

$$m_W^2 \sin^2\theta_W = m_Z^2 \cos^2\theta_W \sin^2\theta_W = \frac{\pi\alpha}{\sqrt{2}\mathrm{G}_F}(1+\Delta r) \tag{1.25}$$

où Δr est la correction radiative à calculer. Celle-ci reçoit d'importantes contributions du quark lourd t:

$$\Delta r \supset \frac{3\mathrm{G}_F}{8\pi^2\sqrt{2}} m_t^2 \tag{1.26}$$

et du boson de Higgs :

$$\Delta r \supset \frac{\sqrt{2}\mathrm{G}_F}{16\pi^2} m_W^2 \left(\frac{11}{3}\ln\frac{m_H^2}{m_Z^2} + ...\right),\ m_H >> m_W. \tag{1.27}$$

L'influence de toute particule nécéssaire pour renormaliser le MS, par exemple le quark t et le boson de Higgs, diverge quand sa masse devient infinie. Les tests de précision peuvent donc être sensibles à la nouvelle physique même si les nouvelles particules sont trop lourdes pour être produites directement. L'influence quadratique du quark t a permis, il y a plusieurs années, la prédiction de la masse du top, ce qui a été ensuite confirmée par sa mesure a Fermilab. L'influence du Higgs au niveau d'une boucle n'est que logarithmique, comme nous voyons dans l'équation (1.27), à cause de ce que l'on appelle l'*écrantage de Veltman*[37]. Néanmoins, en utilisant plusieurs données différentes, on peut toute de même donner une estimation de la masse du Higgs. En combinant toutes les données acquises par le LEP, le Tevatron et SLD nous obtenons la figure (1.3).

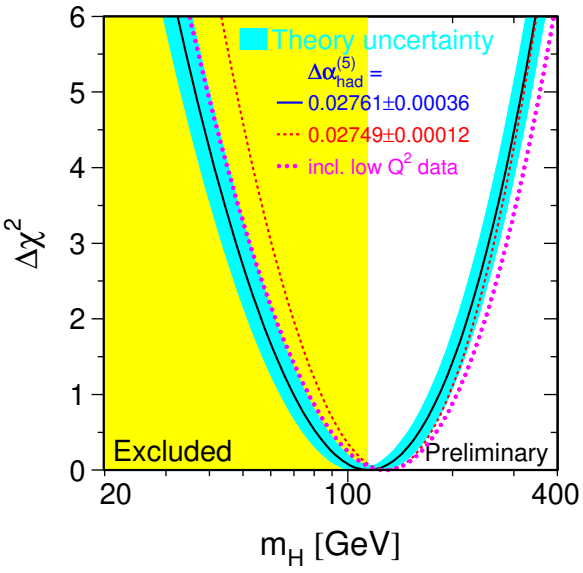

FIG. 1.3 – *Contrainte sur la masse du Higgs à partir des données expérimentales, dans le cadre du MS. On rappelle que le χ^2 sert à estimer la qualité du fit et que le χ^2 le plus bas correspond au meilleur fit. $\Delta\chi^2 = \chi^2(m_H) - \chi^2_{min}$. [6]*

Les mesures expérimentales accordent au boson de Higgs une masse :

$$m_H = 114^{+69}_{-45}\ GeV \tag{1.28}$$

37. Au niveau de deux boucles, l'influence de M_H devient quadratique aussi.

Les recherches d'observations directes du LEP donnent une limite inférieure à la masse du Higgs puisque celui-ci n'a pas encore été vu (région grise sur la courbe de (1.3)) :

$$m_H > 114 \ GeV \ @95\% \ c.l. \tag{1.29}$$

De plus, nous pouvons aussi utiliser la masse du boson W pour contraindre la masse du boson de Higgs. Nous voyons là aussi, sur la figure (1.4), que pour être consistant avec les mesures de la masse du W, la masse préférée du boson de Higgs est entre 10 et 200 GeV environ. Les tests de précision électrofaibles donnent des indications claires en faveur d'un boson de Higgs léger, proche de la limite directe actuelle de 114 GeV.

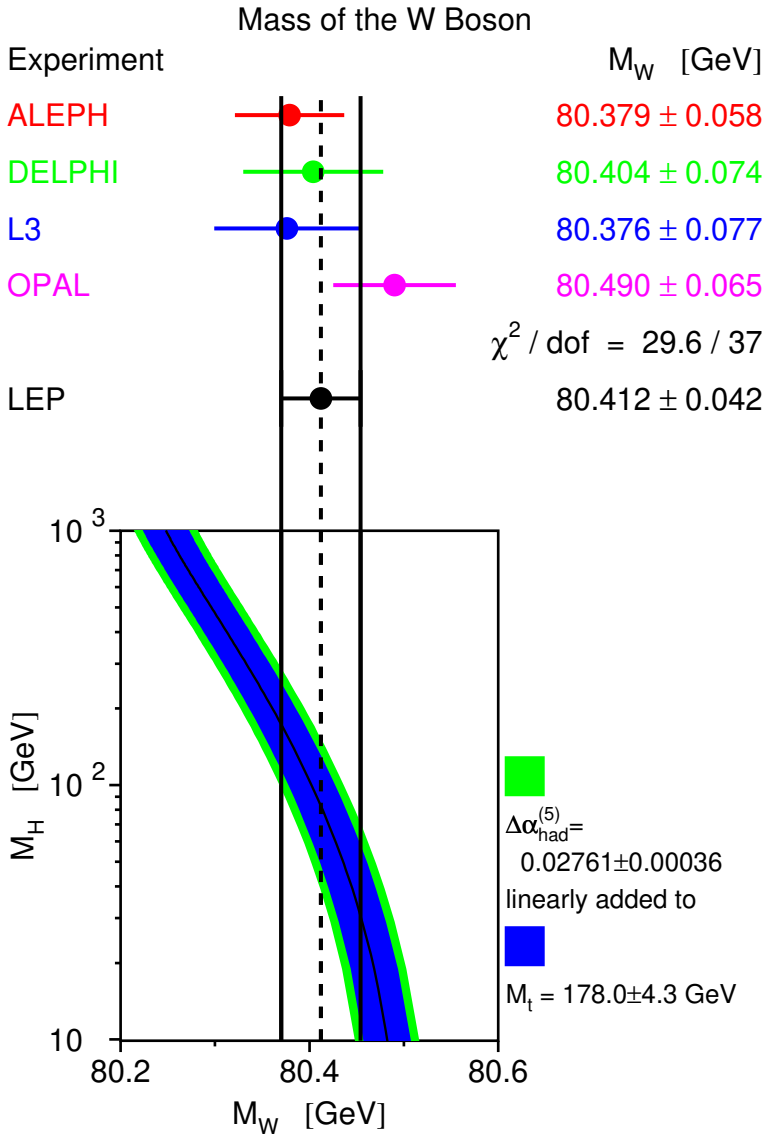

FIG. 1.4 – *La masse du boson de Higgs dans le MS est tracée en fonction de la masse m_W. On y trouve la valeur expérimentale actuelle et donc la valeur favorisée de m_H par les mesures de m_W. [7]*

La figure (1.5) donne la gamme de masse du boson du Higgs favorisée par les mesures de différentes observables. Nous voyons là aussi que la masse du Higgs est attendue aux environ de la centaine de GeV.

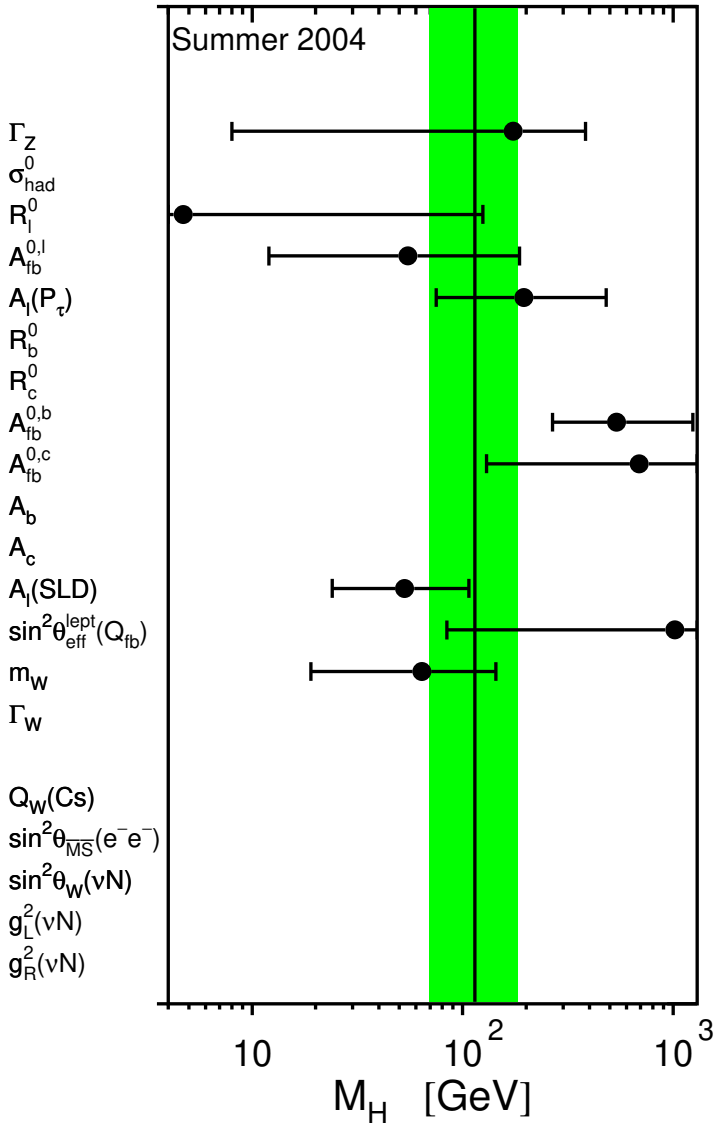

FIG. 1.5 – *Masse du boson de Higgs favorisée par les différentes observables du MS. [7]*

Mais il est aussi possible d'étudier la consistence théorique du MS en fonction de la masse du boson de Higgs car 2 effets s'opposent : les corrections radiatives à l'autocouplage λ du potentiel de Higgs et la stabilité du potentiel. En effet, quand nous prenons en compte les ordres supérieurs de la théorie des perturbations (les diagrammes à boucles), la valeur de λ diverge en fonction de l'énergie. Il existe donc une énergie seuil à partir de laquelle le secteur de Higgs du MS cesse d'avoir un sens, où les corrections deviennent beaucoup plus grandes que la valeur au niveau de l'arbre. De plus, si m_H est trop faible, l'évolution par le groupe de renormalisation peut rendre λ négatif et le potentiel de Higgs est alors instable[38]. Les considérations de stabilité du potentiel et les corrections radiatives contraignent la masse du boson de Higgs dans les deux sens, par le bas et par le haut respectivement. La figure (1.6) montre le "couloir" permis pour la masse du Higgs en fonction de l'échelle d'énergie Λ. La largeur des bandes correspond à l'incertitude théorique sur les résultats.

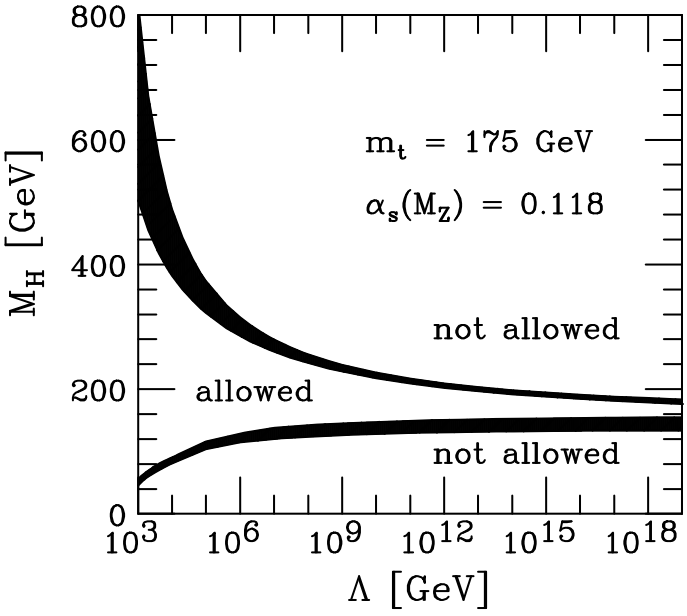

FIG. 1.6 – *Limites théoriques sur la masse du Higgs en fonction d'une échelle d'énergie Λ. La région permise est comprise entre les deux courbes. [8]*

1.3.4 Sa détection potentielle au LHC et LC

Nous allons maintenant nous tourner vers la détection du boson de Higgs dans les accélérateurs de particules. Tout d'abord quelles sont les chances de l'observer au Tevatron, le collisionneur de proton-antiproton du Fermilab a Chicago ? La figure (1.7) montre la sensibilité du Tevatron en fonction de la masse. Un signal sera visible (une évidence à 3σ) si m_H est inférieure ou égale à 115 GeV mais peut être pas avant 2007, date à laquelle le LHC devrait être lui aussi opérationnel. L'évaluation de la sensibilité la plus récente correspond aux lignes les plus fines.

38. Le potentiel change de forme et n'est plus limité par le bas.

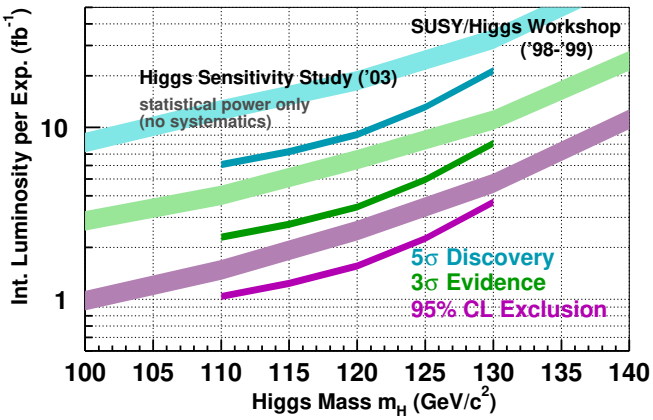

FIG. 1.7 – *Sensibilité projetée du Tevatron pour la découverte du boson de Higgs en fonction de la masse et de la luminosité intégrée. Les lignes les plus fines sont dues au "2003 Higgs Sensitivity Study" et les plus épaisses du "1998-1999 SUSY/Higgs Workshop". Les deux études estiment que chaque expérience aura une luminosité intégrée entre 4 et 8* fb^{-1} *d'ici 2009. [6]*

Le LHC, avec une énergie disponible dans le centre de masse beaucoup plus importante trouvera de façon certaine[39] le boson de Higgs à toutes les masses jusqu'à plusieurs TeV. Aprés plusieurs années de mesures, la précision attendue sur sa masse est de l'ordre de 1 % et le LHC pourra mesurer beaucoup de ses propriétés ainsi que les paramètres liés à la brisure de la symétrie électrofaible. Nous voyons sur la figure (1.8) la sensibilité de l'expérience ATLAS au LHC pour différentes désintégrations du Higgs.

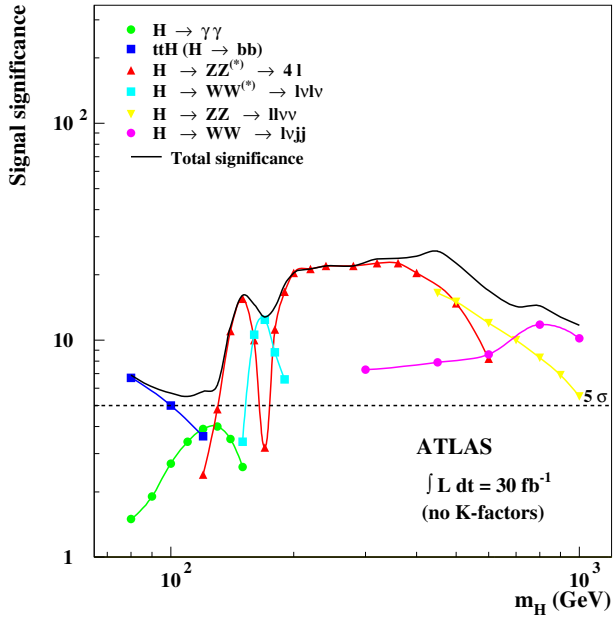

FIG. 1.8 – *Sensibilité de l'experience ATLAS à la découverte d'un boson de Higgs standard en fonction de* m_H *et pour les désintégrations les plus importantes. [6]*

39. Dans la mesure où, bien sûr, le boson de Higgs existe.

Dans le cas d'un collisionneur linéaire $e^+\,e^-$, les résultats seront d'une manière générale complémentaires. L'énergie disponible dans le centre de masse est moins élevée mais les bruits de fond sont beaucoup moins importants et donc les incertitudes expérimentales plus faibles (ce sont des particules fondamentales qui sont accélérées, pas des protons).

Globalement, deux scénarios sont possibles. Soit le Higgs est léger comme prévu, soit il est beaucoup plus lourd voire inexistant. Avant de connaitre la réponse, nous pouvons déjà réfléchir aux conséquences de ces deux types de scénario.

Un Higgs léger?

Dans ce cas, un Higgs de l'ordre de 115 GeV demande nécessairement l'introduction d'une nouvelle physique aux alentours de 10^6 GeV. En effet, le potentiel effectif $V[H]$ sera "déstabilisé" par les corrections radiatives (l'autocouplage du Higgs, λ_H, finit par changer de signe à cause de la renormalisation. Le potentiel n'a alors plus sa forme de "chapeau mexicain" et le vide n'est plus stable). Le MS n'est plus valide à partir d'une certaine échelle et il faut introduire d'autres particules pour modifier la renormalisation de λ_H.

L'évolution avec l'échelle d'énergie μ des paramètres physiques dépend de leur fonction béta[40]. Pour λ_H, en ne regardant que l'effet du quark top, nous avons [9] :

$$\beta_{\lambda_H} \;\equiv\; \frac{\partial}{\partial\mu}\lambda_H \;=\; \frac{1}{16\pi^2}\left(4\lambda_H^2 \;-\; 36\,g_t^4 \;+\frac{27}{4}g^4 \;+\; \frac{9}{4}g'^4 + \;\frac{9}{2}g^2g'^2\right) + 2\lambda_H\gamma_H, \qquad (1.30)$$

avec γ_H, la constante de renormalisation à une boucle du champ H :

$$\gamma_H \;=\; \frac{1}{16\pi^2}\left(6g_t^2 - \frac{9}{2}g^2 \;-\frac{3}{2}g'^2\right), \qquad (1.31)$$

Quand nous regardons le signe devant le couplage de Yukawa du quark top, g_t, il parait clair qu'ajouter de nouveaux fermions ne résoudra pas la stabilité du potentiel, bien au contraire (puisque la fonction béta sera encore plus "négative" et λ_H diminuera plus rapidement). La nouvelle physique requise doit introduire de nouveaux bosons. Dans le lagrangien nous avons alors l'ajout d'un terme (ϕ est le nouveau boson et H le Higgs):

$$\mathcal{L} \supset \;\; M^2|\phi|^2 + \frac{M_0}{v^2}|H|^2\,|\phi|^2 \qquad (1.32)$$

La figure (1.9) donne des exemples d'échelle critique μ_c, échelle à partir de laquelle λ_H change de signe et le potentiel devient instable, en fonction de M_0. Pour une échelle de nouvelle physique M de 10^3 GeV, l'instabilité du potentiel est repoussée très loin.

De plus, si nous augmentons la valeur de M_0 de façon à ce que l'instabilité du potentiel n'intervienne pas avant l'échelle de Planck, 10^{19} GeV, un ajustement extrèmement fin de M_0 est nécessaire. Si nous passons de $M_0 = 70.9$ GeV à 71 GeV, $\lambda_H(\mu)$ passe de négative à $\mu \sim 5\times10^7$ GeV à un changement radical de comportement juste aprés cette limite et devient même si grande à l'échelle de Planck que les calculs perturbatifs deviennent incertains, figure (1.10).

40. La fonction béta est le coefficient d'évolution avec l'énergie que l'on trouve dans les équations du groupe de renormalisation.

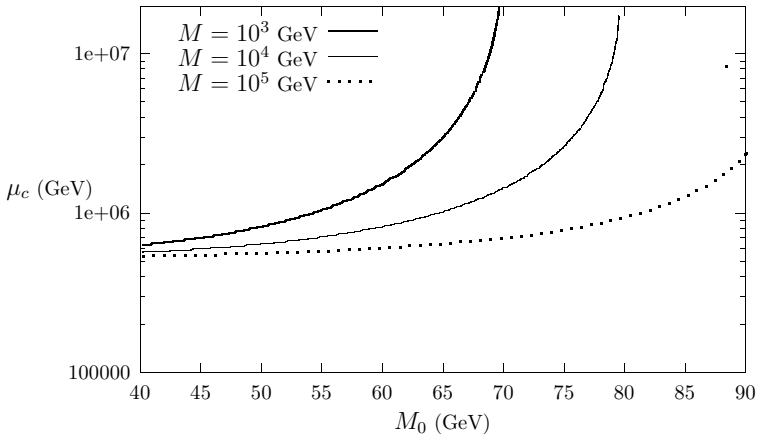

FIG. 1.9 – *Echelle critique à partir de laquelle le potentiel devient instable en fonction du couplage M_0 entre le boson de Higgs et le nouveau champ scalaire, pour différents choix d'échelle M de nouvelle physique. [9]*

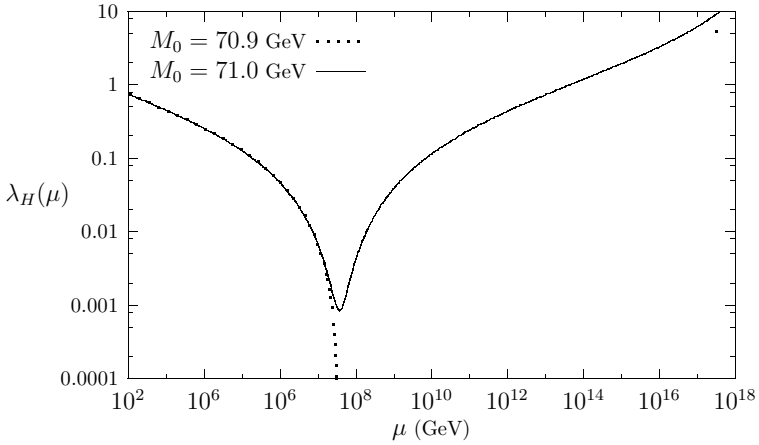

FIG. 1.10 – *Exemple d'ajustement fin ("fine-tuning") nécessaire sur M_0 pour que le potentiel de Higgs reste stable jusqu'à l'échelle de Planck. L'échelle de nouvelle physique M est prise à 1 TeV. [9]*

La supersymétrie est la seule théorie connue qui résoud de façon naturelle, et à tous les ordres (toutes les boucles), le problème lié à cet ajustement fin. Dans les théories supersymétriques, λ_H est uniquement reliée aux couplages de jauge $SU(2)$ et $U(1)$:

$$\lambda_H \;=\; \frac{3}{4}(g^2 + g'^2). \tag{1.33}$$

L'évolution, montrée sur la figure (1.11), est modifiée par les liens entre les fermions du MS (le top surtout) et les superpartenaires fermioniques et implique une remarquable stabilité de λ_H, donc du vide électrofaible.

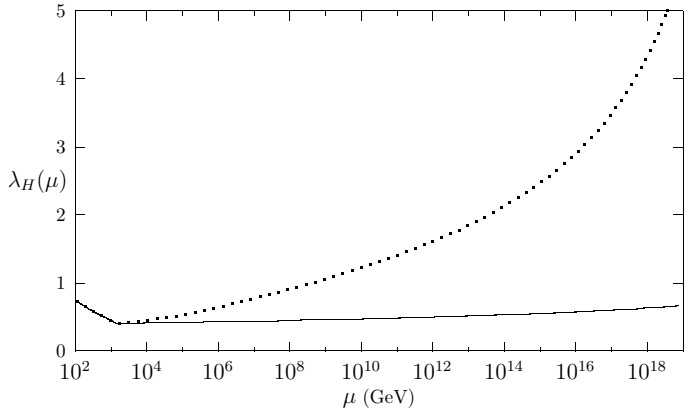

FIG. 1.11 – *Apport de la supersymétrie dans l'évolution de λ_H en fonction de l'échelle d'énergie μ. La ligne pleine correspond à la supersymétrie et les pointillés à une théorie où les contributions des fermions Higgsinos et Jauginos de la supersymétrie ont été enlevés. [9]*

Ainsi, un boson de Higgs léger, d'une masse d'environ 115 GeV pointerait de manière très forte l'existence de la supersymétrie comme nouvelle physique au-delà du MS.

Un Higgs lourd ou pas de Higgs?

Si nous n'observons pas de boson de Higgs avec une masse inférieure à 130 GeV, où nous sommes-nous trompés? Voici quatres pistes que nous ne détaillerons cependant pas pour éviter d'alourdir le cours.

Si le boson de Higgs n'a pas la masse attendue, peut-être n'avons nous pas correctement interprété les données de précision électrofaibles [10]. En effet, les résultats de l'expérience NuTeV (collisions inélastiques $\nu - N$) montrent un léger désaccord de quelques écarts standards par rapport au fit dans le MS. De plus, il y a aussi un désaccord sur les valeurs favorisées de la masse du Higgs entre les asymétries leptoniques et hadroniques de la masse du Z. Si ces désaccords s'avèrent confirmés c'est que nous ne comprenons pas tout à fait les effets hadroniques ou alors qu'il y a de la nouvelle physique derrière ces anomalies. Et dans ce cas, il n'y a pas de prédiction vraiment solide en faveur d'un boson de Higgs léger puisque les analyses se basent sur le fit dans le cadre strict du MS.

Deuxième point, le MS est une théorie effective. Nous pouvons donc nous attendre à ce que les effets de nouvelle physique se fassent sentir *via* l'introduction dans le lagrangien

de termes non-renormalisables. Nous avons alors un lagrangien de cette forme :

$$\mathcal{L}_{eff} = \underbrace{\mathcal{L}_{MS}}_{renormalisable} + \sum_i \underbrace{\frac{c_i}{\Lambda_i^P}\mathcal{O}_i^{4+P}}_{non-renormalisable} \quad , \tag{1.34}$$

où $\mathcal{O}_i^{4+P}$ sont des opérateurs de dimension de masse à la puissance $(4+P)$ traduisant les interactions supplémentaires. Le lagrangien étant de dimension de (masse)^4, ces opérateurs sont supprimés par une échelle de masse Λ_i élevée à la puissance P.

Le fit global du MS suggère, pour un Higgs léger, que les coefficients des nouvelles interactions sont faibles : $\Lambda_i \approx 10$ TeV pour des c_i de l'ordre de ± 1. Mais il reste possible malgré tout qu'une nouvelle physique à cette énergie rende m_H grande. La figure (1.12) nous le montre : il existe un étroit couloir pour une valeur élevée de m_H encore compatible avec les données actuelles.

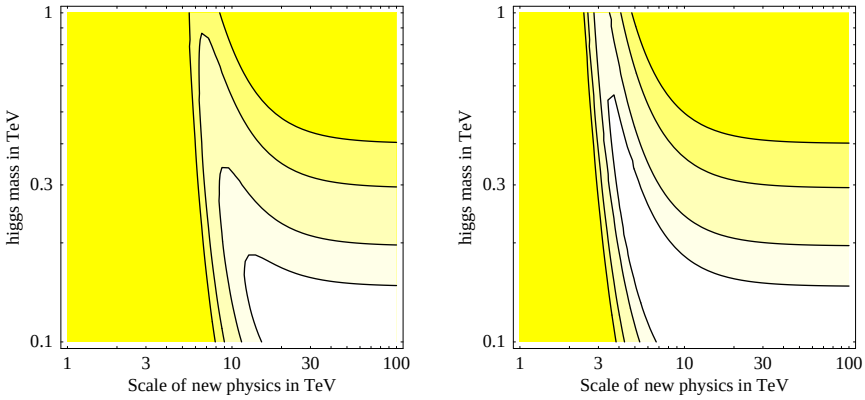

FIG. 1.12 – *Couloirs vers un boson de Higgs lourd quand sont inclus des operateurs non renormalisables dans le fit global du MS. La masse du Higgs est donnée en TeV et en fonction de l'échelle d'apparition d'une nouvelle physique en TeV. [11]*

Les modèles "Little Higgs" reposent sur l'annulation des divergences quadratiques de la masse du Higgs et des divergences dues aux boucles de bosons de jauge par l'introduction de nouvelles particules : un pseudo-quark[41] top T lourd ainsi que d'autres bosons de jauge W' et des bosons de Higgs. Le spectre de masse des particules est [12], en plus d'un un boson de Higgs relativement léger: $M_H \approx 200$ GeV,

$$M_T < 2 \text{ TeV} \left(\frac{m_H}{200GeV}\right)^2, M_{W'} < 6 \text{ TeV} \left(\frac{m_H}{200GeV}\right)^2, M_{H^{++}} < 10 \text{ TeV}. \tag{1.35}$$

Pour obtenir de nouveaux bosons, le MS est inclu dans un groupe de jauge plus large, brisé spontanément. Ces modèles, bien qu'incomplets, resolvent partiellement le problème de la hiérarchie des masses et constituent des alternatives intéressantes à la supersymétrie pour des énergies inférieures à 10 TeV environ[42]. De plus, leurs conséquences phénoménologiques seront observables au LHC ce qui rend l'étude de ces modèles attractive.

41. On l'appelle ainsi car son introduction a pour but de contrer l'effet du quark top. Cependant, il a un spin 1.

42. Au delà de cette échelle d'énergie, il faudrait enrichir le modèle "Little Higgs" pour avoir une théorie plus complète.

La dernière option, plus radicale, est qu'il n'existe pas de boson de Higgs du tout. Des modèles sans Higgs ("Higgsless") [13] ont déjà été construits mais prédisent tous une diffusion WW forte à l'échelle du TeV. En effet, le résultat du calcul des sections efficaces des processus de type $f\bar{f} \to W^+W^-$ et $W^+W^- \to W^+W^-$ (diffusion WW) diverge si il n'y a pas de particule de spin 0 pour annuler les divergences dues aux échanges de ν, γ et Z^0. Dans le cadre quadridimensionel standard, c'est *a priori* incompatible avec les données de haute précision. Mais en ajoutant une dimension spatiale supplémentaire et en postulant des conditions aux bords qui brisent la symétrie électrofaible[43], on décale la prédiction d'une diffusion forte WW vers 10 TeV. L'observation de cette diffusion est donc un test crucial des modèles Higgsless, qui éprouvent toujours quelques difficultés avec les mesures de haute précision.

1.4 Conclusions et carte de route

Le MS est une construction mathématique dotée d'un fort pouvoir prédictif malgré le grand nombre de paramètres libres. Dans ce modèle, il reste néanmoins à connaitre de façon certaine la brisure de symétrie électrofaible. Le responsable présumé de cette brisure, le boson de Higgs, n'a en effet pas encore été observé expérimentalement. Mais mis à part ceci, le MS est en extraordinaire accord avec les données expérimentales accessibles actuellement (énergies aux environs de 100 GeV). Nous savons cependant que de la nouvelle physique doit apparaître à l'échelle du TeV et au-delà. Le MS ne peut pas donner de réponses à toutes les questions et les mystères de la physique des particules, un nouveau modèle doit prendre le relais. Dans ce contexte le MS est l'approximation à basse énergie d'une description plus fondamentale mais incontournable aux énergies supérieures. Il est alors vu comme une théorie *effective*.

Parmis la liste des questions en suspens que nous avons vu à la section 1.1.3, certaines peuvent se regrouper. Globalement, il reste 3 grands problèmes qu'une "théorie du tout" doit résoudre :

-**Le problème de l'unification**: Pourquoi observons nous 4 interactions et comment pouvons nous les unifier ? Existe t'il un groupe de symétrie qui peut toutes les englober? Les Théories de Grande Unification (G.U.T en anglais) existent-elles ?

-**Le problème de la masse**: Qu'elle est l'origine de la masse des particules ? Sont elles dues au boson de Higgs? Pourquoi sont elles si petites devant la masse de Planck ?

-**Le problème des saveurs**: Pourquoi y-a-t'il autant de quarks et de leptons? Pourquoi y-a-t'il ce mélange observé entre les saveurs? Existe-t'il des symétries supplémentaires entre les différentes saveurs?

De toutes les possibilités de nouvelle physique étudiées, une en particulier parait incontournable à bon nombre de physiciens...

43. Sans rentrer dans le détail, puisque le boson de Higgs n'existe pas, il nous faut trouver un autre moyen de briser la symétrie électrofaible. Ceci est fait en "jouant" sur la géométrie de la dimension supplémentaire *via* des conditions aux bords.

Chapitre 2

Supersymétrie

Comme nous venons d'en discuter, le Modèle Standard (MS) est une description valable des phénomènes physiques à des énergies inférieures à quelques centaines de GeV. Au-delà, la supersymétrie pourrait jouer un rôle important et nous nous rapprochons de plus en plus de sa possible découverte. En effet, le LHC va sonder les énergies de l'ordre du TeV et nous verrons dans ce chapitre que c'est à cette énergie que la supersymétrie est sensée faire son apparition.

Ce cours est principalement orienté vers la présentation et la discussion des modèles supersymétriques. Nous tenterons de discuter clairement de ce que peut apporter la supersymétrie en physique des particules. Nous commencerons par introduire la supersymétrie de façon historique et nous donnerons, sans trop de détails, les principales motivations de son utilisation. Une section plus formelle suivra, où nous présenterons la structure générale d'une théorie physique avec supersymétrie. Nous poursuivrons le cours par une partie également théorique mais appliquée à la physique des particules à basse énergie (autour du TeV). Nous y trouverons les différents modèles, comme le Modèle Standard Supersymétrique Minimal (MSSM), qui servent de base à l'analyse de la phénoménologie. C'est tout naturellement que nous aborderons ensuite l'aspect expérimental, avec d'abord les premières contraintes expérimentales puis les scénario possibles de la détection de la supersymétrie.

2.1 Histoire et motivations

2.1.1 Qu'est-ce que la supersymétrie

Comme son nom l'indique, la supersymétrie est tout simplement une nouvelle symétrie et l'effet d'une transformation de supersymétrie est de transformer un état bosonique en un état fermionique et vice-versa, avec $\Delta S = \pm 1/2$ où S est le spin. Si nous appelons Q le générateur de la supersymétrie qui réalise la transformation, alors très schématiquement

$$Q|Boson> = |Fermion> \tag{2.1}$$
$$Q|Fermion> = |Boson> . \tag{2.2}$$

2.1.2 L'introduction de la supersymétrie

Mais ceci n'est que l'aspect "physique des particules" de la supersymétrie qui est une symétrie tout à fait générale. Plus formellement, la supersymétrie est en fait la seule et dernière extension possible du groupe de Poincaré des symétries d'espace-temps et c'est tout d'abord ainsi qu'elle fut découverte.

En effet, à l'origine, on cherchait à combiner les symétries externes (d'espace-temps, comme les translations) et internes (surtout globales) c'est-à-dire à étendre le groupe de Poincaré par des transformations internes. Il y a eu plusieurs essais dans les années 1960 mais en 1967, Coleman et Mandula montrèrent de façon formelle qu'il est impossible de combiner les deux types de symétries. C'est leur fameux *théorème no-go*. En fait, il était sous entendu que c'était impossible en utilisant des générateurs bosoniques (donc de spin entier) habituels. Mais en 1971, Golfand et Likhtman réussirent l'extension du groupe de Poincaré en utilisant des charges fermioniques, donc de spin demi-entier. C'est la supersymétrie. La même année, Neveu, Schwarz puis Ramond proposèrent des modèles supersymétriques à 2 dimensions pour obtenir des cordes supersymétriques qui expliqueraient l'origine des baryons. Quelques années plus tard, en 1973, Volkov et Akulov appliquèrent la supersymétrie aux neutrinos (ils voulaient en faire le fermion de Goldstone) mais il fut montré un peu plus tard que leur théorie, à 4 dimensions, du neutrino ne décrivait pas correctement les interactions de basse énergie observées expérimentalement. La même année, Wess et Zumino proposèrent la première théorie des champs supersymétrique à 4 dimensions de vrai intérêt du point de vue phénoménologique. Puis, ensemble avec Iliopoulos et Ferrara, ils montrèrent que la supersymétrie permettait de supprimer beaucoup de divergences des théories des champs usuelles. Ceci a rendu la supersymétrie très attractive et pendant un temps donné, elle fut beaucoup utilisée pour tenter d'unifier les bosons et les fermions. Par exemple pour unifier les particules de matière de spin $1/2$ avec les particules de jauge de spin 1, ou les particules de matière et les champs de Higgs, dans les même supermultiplets. Puis en 1976, deux groupes découvrirent que la supersymétrie locale (la transformation de supersymétrie dépend alors des coordonnées dans l'espace-temps) incluait une description de la gravitation. C'est ce que l'on a appellé la *supergravité*.

Depuis, la phénoménologie de la supersymétrie a été énormément étudiée et les théories basées sur la supersymétrie se sont imposées comme les candidates les plus sérieuses pour la physique au-delà du MS.

2.1.3 Pourquoi la supersymétrie

Pourquoi introduire la supersymétrie en physique des particules? Qu'est-ce qui la rend si attractive pour les physiciens des particules? Les motivations de son introduction en physique des particules sont principalement d'ordre physique avant d'être esthétiques.

• En effet, la supersymétrie apporte quelque chose de très important dans les théories des champs. Dans le cours précédent, nous avons discuté des corrections radiatives à la masse du Higgs. Quand nous calculons la contribution d'une boucle fermionique comme

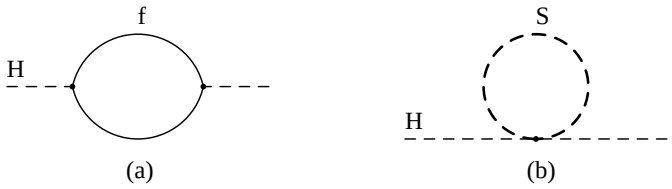

FIG. 2.1 – *Corrections quantiques à une boucle à la masse-carrée du Higgs. (a) boucle de fermion, (b) boucle de boson scalaire.*

celle de la figure (2.1 a), nous obtenons[1]:

$$\Delta m_H^2 = -\frac{y_f}{16\pi^2}[2\Lambda^2 + 6m_f^2 \ln(\Lambda/m_f) + ...], \tag{2.3}$$

où Λ est un cut-off ultraviolet utilisé pour restreindre les impulsions dans la boucle et qui est de l'ordre de l'échelle de la nouvelle physique au delà du MS. Nous voyons que la masse du Higgs diverge et que si nous supposons le MS valable jusqu'à l'échelle de Planck, $M_p \simeq 10^{19}$ GeV, alors $\Lambda = M_p$ et cette correction est 10^{30} fois plus forte que la valeur raisonnable de la masse du Higgs au carré, $(10^2 \text{ GeV})^2$!

Cette constation est la même si nous considérons plutôt une boucle d'un champ scalaire S, figure (2.1 b).

$$\Delta m_H^2 = \frac{\lambda_S}{16\pi^2}[\Lambda^2 - 2m_S^2 \ln(\Lambda/m_S) + ...], \tag{2.4}$$

où λ_S est son couplage avec le boson de Higgs. Le problème qui vient d'être énoncé est le problème de la hiérarchie vu au chapitre 1. Que nous apporte la supersymétrie dans ce cas ? Si nous regardons de plus près les 2 équations précédentes, les deux contributions divergentes (leur terme $\propto \Lambda^2$) s'annulent si pour chaque fermion de notre théorie entrant dans la boucle nous avons aussi 2 scalaires avec $\lambda_S = y_f^2$. Nous verrons juste après que c'est exactement ce que la supersymétrie se propose d'apporter ! Et de plus, à tous les ordres (c'est-à-dire quand nous considérons des corrections à plusieurs boucles) ceci est réalisé. Il nous reste alors une divergence logarithmique mais qui n'induit pas de problèmes d'ajustements fins. A ce jour, la supersymétrie fournit la résolution du problème de la hiérarchie la plus naturelle et la plus efficace.

• De plus, nous avons vu à la fin du chapitre précédent que les données expérimentales penchent en faveur d'un Higgs relativement léger et qu'un Higgs léger demande, pour stabiliser le vide électrofaible, que la physique à plus haute énergie partage beaucoup de choses en commun avec la supersymétrie. Inversement, les calculs faits à partir du Modèle Standard Supersymétrique Minimal donnent la prédiction $m_H \leq 130$ GeV qui est donc compatible avec les ajustements expérimentaux vus au chapitre précédent.

• Les deux premiers arguments ne concernent que le Higgs. Considérons maintenant les constantes de couplages qui caractérisent chaque force fondamentale. Si nous faisons évoluer les 3 couplages du Modèle Standard en fonction de l'énergie, nous observons qu'ils tendent tous à se croiser à la même échelle. Enfin presque, c'est quand nous ajoutons la

1. Pour le calcul, nous avons pris la forme usuelle du couplage de Yukawa du boson de Higgs scalaire au fermion : $y_f H\overline{\psi}\psi$.

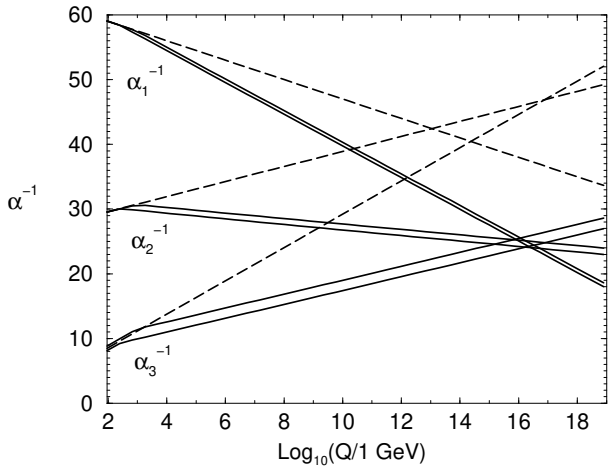

FIG. 2.2 – *Evolution, en fonction du logarithme de l'énergie, des couplages de jauge inversés,* $\alpha_a^{-1}(Q) = 4\pi/g_a^2$*, dans le MS (tirets) et dans le MSSM (lignes pleines).*

supersymétrie dans les calculs d'évolution que les couplages se croisent quasi exactement au même point (autour de 2×10^{16} GeV). Personne n'est obligé de croire en une "Grande Unification" qui repose sur cette unification des couplages, mais il est trés étonant d'observer que la supersymétrie réalise l'unification aussi précisement. C'est tout de même un argument fort en faveur de la supersymétrie car les théories de Grande Unification ont beaucoup de caractéristiques et de prédictions intéressantes pour la physique de basse énergie (elles expliquent par exemple les nombres quantiques des particules vus dans le tableau (1.1) du chapitre précédent).

• Il y a aussi un argument de ce type en faveur de l'existence de la supersymétrie dans la nature. Les théories de cordes, qui fournissent à l'heure actuelle une des seules solutions au problème de la gravitation quantique (avec la gravité quantique à boucles), ne peuvent se passer de la supersymétrie sans souffrir d'inconsistences physiques et mathématiques. Là aussi la supersymétrie semble un ingrédient essentiel pour construire des théories cohérentes à haute énergie.

• Enfin, la supersymétrie peut aussi jouer un rôle dans l'explication de la matière noire. C'est une des seules théories qui possèdent dans son spectre de particules des candidats sérieux. Ils ont pour nom, neutralino ou gravitino, et la supersymétrie prédit, dans un cadre plausible, leur stabilité. Ainsi, une fois créés, il ne se désintègrent pas et ne peuvent pas être observés directement. Leur nombre peut donc contribuer à la masse manquante sous la forme de matière noire.

Cette discussion démontre que la supersymétrie est une symétrie trés séduisante théoriquement, mais surtout trés utile. Nous n'avons encore aucune preuve de son existence mais au vu de ce qu'elle apporte en physique des particules, il est difficile d'y rester insensible. Nous n'avons donné que des arguments qualitatifs dans cette partie, nous allons maintenant entrer beaucoup plus en détail.

2.2 La structure d'une théorie supersymétrique

2.2.1 Interlude: "spinorologie"

Avant de démarrer une présentation plus théorique de la supersymétrie nous allons dans ce brève interlude donner nos notations et conventions sur ce qui concerne les spineurs.

• *Un spineur de Weyl* décrit une particule de spin 1/2 et de chiralité donnée. C'est un spineur à 2 composantes. Nous nous efforcerons le plus souvent de les noter par des lettres minuscules grecques avec un indice. Par exemple ψ_α, ξ_β,... où α, β,... = 1,2. Un spineur ψ_α ou ψ_L est par convention de chiralité gauche, le spineur droit est noté $\overline{\psi}^{\dot{\alpha}}$ ou ψ_R. A noter que :

$$(\psi_\alpha)^* = \overline{\psi}_{\dot{\alpha}} \tag{2.5}$$

$$(\overline{\psi}^{\dot{\alpha}})^* = \psi^\alpha \tag{2.6}$$

et que les matrices $\varepsilon_{\alpha\beta} = \varepsilon_{\dot{\alpha}\dot{\beta}} = i\sigma_2$ et $\varepsilon^{\alpha\beta} = \varepsilon^{\dot{\alpha}\dot{\beta}} = -i\sigma_2$ permettent de monter et descendre à volonté les indices spinoriels α et β.

• *Un spineur de Dirac* se construit avec 2 spineurs de Weyl et réunit les deux chiralités d'une particule donnée. C'est donc un spineur à 4 composantes. Nous les noterons par des lettres majuscules grecques : Ψ, χ, Φ,... En termes de ses spineurs de Weyl, nous avons :

$$\Psi = \begin{pmatrix} \psi_L \\ \psi_R \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \psi_\alpha \\ \overline{\eta}^{\dot{\alpha}} \end{pmatrix} \tag{2.7}$$

Les opérateurs de projection $P_{R,L} = \frac{1}{2}(1 \pm \gamma_5)$ permettent de sélectionner l'une ou l'autre chiralité : $\Psi_{R,L} = P_{R,L}\Psi$.

• *Un spineur conjugué de charge* est un spineur auquel l'opérateur de conjugaison de charge a été appliqué. Il décrit la même particule mais sa charge électrique est opposée.

$$\Psi^c = C\overline{\Psi}^T = \begin{pmatrix} \eta_\alpha \\ \overline{\psi}^{\dot{\alpha}} \end{pmatrix} \tag{2.8}$$

où la matrice de conjugaison de charge C peut s'écrire :

$$C = i\gamma^0\gamma^2 \tag{2.9}$$

• *Un spineur de Majorana* se construit avec un seul spineur de Weyl mais l'englobe dans une notation à 4 composantes. Il est égal à son conjugué de charge, $\Psi_M = \Psi_M^c$.

$$\Psi_M = \begin{pmatrix} \psi_L \\ -i\sigma_2(\psi_L)^* \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \psi_\alpha \\ \overline{\psi}^{\dot{\alpha}} \end{pmatrix} \tag{2.10}$$

• *La représentation des matrices* γ choisie est la représentaion de Weyl dans laquelle :

$$\gamma^\mu = \begin{pmatrix} 0 & \sigma^\mu \\ \overline{\sigma}^\mu & 0 \end{pmatrix} \tag{2.11}$$

avec $\sigma^\mu = (\mathbf{1}_2, \sigma^i)$, $\overline{\sigma}^\mu = (\mathbf{1}_2, -\sigma^i)$ où les σ_i sont les matrices de Pauli, et $\gamma_5 = i\gamma^0\gamma^1\gamma^2\gamma^3 = \mathrm{diag}(-\mathbf{1}_2, \mathbf{1}_2)$.

Nous avons aussi $\{\gamma^\mu, \gamma^\nu\} = 2\eta_{\mu\nu}$ où $\eta_{\mu\nu} = \mathrm{diag}(+1, -1, -1, -1)$ est la métrique de Minkowski utilisée pour monter et descendre les indices de Lorentz.

2.2.2 L'algèbre et les supermultiplets

Comme il a été dit précédemment, la supersymétrie combine des transformations spatio-temporelles du groupe de Poincaré et des transformations de symétrie interne (d'un groupe de jauge donné). La supersymétrie introduit des nouveaux générateurs Q_α, fermioniques, donc anticommutant entre eux (ce sont des spineurs): deux opérations de supersymétrie ne commutent donc pas entre elles. *A priori*, rien n'interdit l'introduction de plusieurs générateurs, mais dans la version simple de la supersymétrie il n'y a qu'un seul nouveau couple de générateurs, Q_α et[2] $\bar{Q}^{\dot{\alpha}}$. C'est la "supersymétrie $\mathcal{N} = 1$" et c'est la seule dont nous parlerons. Si la raison est ici pédagogique, dans la section suivante nous donnerons les raisons physiques de ce choix.

La connaissance de l'algèbre de la supersymétrie (et d'une quelconque symétrie) se résume à la connaissance des relations de commutation de tous ses générateurs (son algèbre de Lie). Nous avons, en plus des relations de commutation isues de l'algèbre de Poincaré, celles qui font intervenir les générateurs Q_α et $\bar{Q}^{\dot{\alpha}}$:

$$[P^\mu,Q_\alpha] = 0 = [P^\mu,\bar{Q}^{\dot{\alpha}}] \tag{2.12}$$
$$\{Q_\alpha,\bar{Q}_{\dot{\beta}}\} = 2(\sigma_\mu)_{\alpha\dot{\beta}}P^\mu \tag{2.13}$$
$$\{Q_\alpha,Q_\beta\} = \{\bar{Q}^{\dot{\alpha}},\bar{Q}^{\dot{\beta}}\} = 0 \tag{2.14}$$
$$\{M_{\mu\nu},Q_\alpha\} = \frac{1}{2}(\sigma_{\mu\nu})^\beta_\alpha Q_\beta \tag{2.15}$$
$$\{M_{\mu\nu},\bar{Q}_{\dot{\alpha}}\} = \frac{1}{2}(\overline{\sigma}_{\mu\nu})^{\dot{\beta}}_{\dot{\alpha}}\bar{Q}_{\dot{\beta}} \tag{2.16}$$

Quelle est la signification des Q_α ? Tout d'abord, Q est une charge au sens du théorème de Noether c'est-à-dire la charge conservée dans la symétrie. Elle commute donc avec l'Hamiltonien du système, *cf* (2.12). Elle possède un spin 1/2 et peut alors s'écrire sous la forme d'un spineur de Weyl[3]. On pourrait aussi écrire Q sous la forme d'un spineur de Majorana à 4 composantes. De plus, si nous regardons le commutateur (2.13), nous avons schématiquement $\{Q,\bar{Q}\} \sim P$ c'est-à-dire que Q^2 est une translation d'espace-temps. Q peut donc se voir comme la "racine carré" d'une translation dans l'espace-temps.

Nous allons maintenant étudier les représentations irréductibles de cet algèbre (*les supermultiplets*) et en détailler le contenu. En effet, nous voulons appliquer la supersymétrie à la physique des particules, il nous faut donc savoir comment ranger nos particules et quelles seront leurs propriétés de transformation. Dans le groupe de Poincaré, il y a 2 éléments invariants de Casimir : l'opérateur de spin $W^2 = W^\mu W_\mu$, avec $W^\mu = \frac{1}{2}\epsilon^{\mu\nu\rho\sigma}P_\nu M_{\rho\sigma}$ le vecteur de Pauli-Lubanski, et l'opérateur de masse $P^2 = P^\mu P_\mu$, où P^μ est la quadri-impulsion. Dans un multiplet du groupe de Poincaré, les particules ont la même masse et le même spin. Mais dans l'algèbre supersymétrique, W^2 n'est plus un invariant de l'algèbre. Nous avons

$$[P^2,Q_\alpha] = 0 \tag{2.17}$$
$$[W^2,Q_\alpha] \neq 0 \tag{2.18}$$

2. Car les Q et $\overline{Q}$ sont des spineurs donc des objets complexes qui se transforment de façons différentes sous le groupe de Lorentz.

3. Elle possède donc 2 composantes complexes.

et donc, dans un supermultiplet les particules ont la même masse mais des spins différents. Nous pouvons tout de même corriger W pour obtenir un nouvel invariant dont les valeurs propres sont sous la forme $2j(j+1)m^4$ avec $j = 0,\frac{1}{2},1,...$ le nombre quantique de *superspin*. Ce nouveau W est invariant donc chaque représentation irréductible peut être caractérisée par un couple $[m,\ j]$ et le lien entre le spin S et j est déduit de la relation : $M_S = M_j,\ M_j + \frac{1}{2},\ M_j - \frac{1}{2},\ M_j$. Dans un même supermultiplet, on aura donc des particules de même masse et de même superspin. De plus, une propriété importante est qu'il y a égalité dans un supermultiplet entre le nombre de degrés de liberté bosoniques et fermioniques : $n_B = n_F$.

Nous pouvons maintenant construire les différentes représentations :
▷ La représentation fondamentale $[m,\ 0]$ est appelée *supermultiplet chiral (ou scalaire)*. La valeur $j = 0$ implique $M_S = 0, +\frac{1}{2}, -\frac{1}{2},0$ donc ce supermultiplet contient 2 champs scalaires réels réunis sous la forme d'un champ scalaire complexe (le sfermion), ϕ et un champ fermionique de Weyl (de spin 1/2), ψ. Ces champs ont la même masse. Pour que la supersymétrie soit préservée dans les boucles où les particules ne sont pas sur leur couche de masse (c'est-à-dire $P^2 \neq M^2$) il faut que les degrés de liberté fermioniques et bosoniques soient aussi équilibrés dans ce cas (*off-shell*). En effet, *off-shell* un fermion de Weyl possède 4 degrés de liberté de spin au lieu de 2 *on-shell*. Il faut donc ajouter au contenu de cette représentation un autre champ scalaire complexe mais qui ne se propage pas (on dit qu'il est *auxiliaire* et il n'a pas de terme cinétique). *On-shell*, nous utiliserons l'équation du mouvement $F = F^* = 0$ pour l'éliminer. Le contenu total du supermultiplet chiral est donc

$$\Psi = (\phi,\ \psi_\alpha,\ F). \tag{2.19}$$

▷ La seconde représentation que nous allons utiliser dans la suite est le *supermultiplet vecteur (ou de jauge)* $[m,\ 1/2]$. Son contenu en champ est obtenu de la même façon : un fermion de Weyl[4] (le jaugino), λ^a_α, un boson de jauge (de masse nulle), A^μ_a, et comme pour le supermultiplet chiral, un champ scalaire réel auxiliaire, D^a.

$$\Phi = (\lambda^a_\alpha,\ A^a_\mu,\ D^a), \tag{2.20}$$

où a est un indice adjoint du groupe de jauge :

C'est dans ces deux représentations que les particules du MS et leurs superpartenaires seront rangés. Nous allons maintenant construire avec ces deux représentations une théorie des champs supersymétrique.

2.2.3 Théorie des champs supersymétrique

Avant de discuter de modèles en particulier et surtout de l'extension supersymétrique minimale du MS (le MSSM) nous allons d'abord présenter, sans démonstrations trop lourdes, la structure générale d'une théorie des champs avec supersymétrie. Pour commencer progressivement, nous allons introduire le modèle de Wess et Zumino sans interaction, juste pour voir comment concrètement se transforment les champs. Puis nous introduirons les interactions et ceci nous conduira à la notion nouvelle de *superpotentiel*. Enfin, nous discuterons des champs de jauge dans une théorie supersymétrique. A l'issue de cette section, nous devrions posséder suffisamment de bagage théorique pour comprendre

4. Où de façon équivalente un fermion de Majorana.

comment le MSSM se présente et en étudier les aspects concrets comme les prédictions expérimentales.

Le lagrangien libre globalement supersymétrique

L'action la plus simple que l'on peut construire avec le supermultiplet chiral est celle du modèle de Wess-Zumino, sans masse et sans interaction. Dans le cas *on-shell* (sans F), qui est suffisant quand il n'y a pas d'interaction, nous avons simplement un fermion ψ et un boson scalaire ϕ :

$$S = \int d^4x \; \mathcal{L}_{scalaire} + \mathcal{L}_{fermion} \tag{2.21}$$

$$\mathcal{L}_{scalaire} = -\partial^\mu \phi \, \partial_\mu \phi^* \tag{2.22}$$

$$\mathcal{L}_{fermion} = -i\psi^\dagger \bar{\sigma}^\mu \, \partial_\mu \psi \tag{2.23}$$

Si on applique une transformation supersymétrique globale de paramètre ϵ_α, fermion de Weyl infinitésimal indépendant des coordonnées d'espace-temps ($\partial^\mu \epsilon_\alpha = 0$), sur le champ scalaire ϕ, le résultat doit être proportionnel au champ fermionique ψ :

$$\delta\phi = \epsilon^\alpha \psi_\alpha \quad \text{et} \quad \delta\phi^* = \bar{\epsilon}_{\dot{\alpha}} \, \bar{\psi}^{\dot{\alpha}} \tag{2.24}$$

$$\Rightarrow \delta\mathcal{L}_{scalaire} = -\epsilon^\alpha \, (\partial^\mu \psi_\alpha) \, \partial_\mu \phi^* - \partial^\mu \phi \, \bar{\epsilon}_{\dot{\alpha}} \, (\partial_\mu \bar{\psi}^{\dot{\alpha}}) \tag{2.25}$$

A noter que le fermion infinitésimal ϵ_α a la dimension d'une masse à la puissance -$\frac{1}{2}$ contrairement à un fermion de Weyl usuel qui a la dimension (masse)$^{3/2}$:

$$[\phi] = 1, \;\; [\psi] = \frac{3}{2}, \;\; [\epsilon] = -\frac{1}{2}. \tag{2.26}$$

La théorie physique est invariante si l'action est invariante (principe de moindre action). Mais pour que l'action reste invariante sous une transformation de supersymétrie, il faut que la somme $\delta L_{scalaire} + \delta L_{fermion}$ soit nulle à une divergence totale près, qui ne contribuera pas à l'action. En considérant aussi la dimension des 3 champs dont nous disposons, nous voyons que les champs fermioniques se transforment comme:

$$\delta\psi_\alpha = i(\sigma^\mu \epsilon^\dagger)_\alpha \, \partial_\mu \phi \quad \text{et} \quad \delta\bar{\psi}^{\dot{\alpha}} = -i(\epsilon \, \sigma^\mu)^{\dot{\alpha}} \, \partial_\mu \phi^* \tag{2.27}$$

Mais est-ce que cette transformation correspond bien à une transformation de supersymétrie? Pour s'en convaincre il suffit de partir, soit d'un fermion ψ soit d'un boson ϕ, et de leur appliquer 2 fois ces transformations. Nous avons la chaîne suivante :

$$\phi \to \psi \to \partial\phi, \;\; \psi \to \partial\phi \to \partial\psi, \tag{2.28}$$

c'est-à-dire que dans les deux cas l'action de 2 transformations supersymétriques successives est équivalent à la dérivation donc à l'opérateur impulsion P (car $P^\mu \sim i\,\partial^\mu$). Nous retrouvons le résultat de la section précédente, $Q^2 \sim P$, et donc nos transformations réalisent bien l'algèbre supersymétrique.

Dans le cas *off-shell*, l'action S est modifiée par l'ajout d'un terme comportant le champ F:

$$S = \int d^4x \; \mathcal{L}_{scalaire} + \mathcal{L}_{fermion} + \mathcal{L}_{aux}, \tag{2.29}$$

$$\mathcal{L}_{aux} = F^* \, F, \tag{2.30}$$

et les transformations de supersymétrie des champs ψ et ϕ s'en trouvent modifiées. Pour le champ scalaire F, sa transformation doit faire intervenir le champ ψ. Remarquons que la dimension du champ F est une masse au carré. Avec les lois de transformation suivantes,

$$\delta F = i\,\bar{\epsilon}^{\dot{\alpha}}\,(\overline{\sigma}^{\mu})^{\beta}_{\dot{\alpha}}\,\partial_{\mu}\psi_{\beta} \quad \text{et} \quad \delta F^{*} = -i\,\partial_{\mu}\bar{\psi}^{\dot{\beta}}\,(\bar{\sigma}^{\mu})^{\alpha}_{\dot{\beta}}\,\epsilon_{\alpha}, \tag{2.31}$$

la variation du terme $\mathcal{L}_{aux}$ donne :

$$\delta\mathcal{L}_{aux} = i\,\bar{\epsilon}\,(\overline{\sigma}^{\mu})\,\partial_{\mu}\psi\,F^{*} - i\,\partial_{\mu}\bar{\psi}\,(\bar{\sigma}^{\mu})\,\epsilon\,F. \tag{2.32}$$

Cette variation s'annulent bien *on-shell* avec l'équation du mouvement $F = F^{*} = 0$. Pour compenser cette variation dans le cas *off-shell*, la loi de transformation de ψ devient :

$$\delta\psi_{\alpha} = i(\sigma^{\mu}\bar{\epsilon})_{\alpha}\,\partial_{\mu}\phi + \epsilon_{\alpha}F \quad \text{et} \quad \delta\bar{\psi}^{\dot{\alpha}} = -i(\epsilon\,\sigma^{\mu})^{\dot{\alpha}}\,\partial_{\mu}\phi^{*} + \bar{\epsilon}^{\dot{\alpha}}F^{*}. \tag{2.33}$$

Les transformations de ϕ sont inchangées. Nous pouvons vérifier que $\delta S = 0$ sans faire référence aux équations du mouvement et donc la supersymétrie est aussi réalisée *off-shell* avec ces lois de transformation.

Nous avons vu que le champ F était auxiliaire et ne servait qu'à l'utilisation *off-shell* de la supersymétrie. En fait, il a aussi un autre rôle. En effet, nous sommes partis dans l'explication de la supersymétrie mais il ne faut pas oublier qu'aux échelles d'énergies accessibles actuellement nous n'avons pas observé de supersymétrie. Si la supersymétrie existe dans la nature, elle a dû forcément être brisée à un moment ou un autre. Le champ auxiliaire F, mais aussi le champ auxiliaire D, servent à briser la supersymétrie. Nous verrons cet aspect au dernier chapitre. Après cette section formelle, nous oublierons ces champs auxiliaires en utilisant à chaque fois les équations du mouvement pour les éliminer des équations.

Les interactions du multiplet chiral

Nous allons maintenant ajouter à notre théorie la possibilité de termes d'interaction entre ces deux types de champs qui composent les supermultiplets chiraux. Non n'allons pas le démontrer mais le terme d'interaction le plus général, invariant sous les transformations de supersymétrie et renormalisable, que nous allons ajouter dans le lagrangien libre vu précédemment, s'écrit sous la forme :

$$\mathcal{L}_{int} = -\frac{1}{2}W^{ij}(\phi)\psi_{i}\psi_{j} + V(\phi,\,\phi^{*}) + c.c. \tag{2.34}$$

La quantité W^{ij} ne doit dépendre que des champs ϕ, pour assurer que la variation lors de la transformation de supersymétrie du premier terme de $\mathcal{L}_{int}$ puisse être compensée par la variation d'un autre terme. Pour la même raison, W^{ij} doit être complétement symétrique. La seule forme possible pour W^{ij} est alors :

$$W^{ij} = \frac{\partial^{2}W(\phi)}{\partial\phi_{i}\,\partial\phi_{j}}, \tag{2.35}$$

où on définit le *superpotentiel* W que l'on écrit sous la forme :

$$W = \frac{1}{2}m^{ij}\phi_{i}\phi_{j} + \frac{1}{6}y^{ijk}\phi_{i}\phi_{j}\phi_{k} \tag{2.36}$$

dans le cadre d'une théorie renormalisable.

Qu'est-ce que ce superpotentiel ? Tout d'abord, sa dimension est celle d'une masse au cube. Il fait intervenir la matrice symétrique de masse m^{ij} des fermions[5] et la matrice totalement symétrique des couplages de Yukawa y^{ijk} entre un scalaire et 2 fermions. Il résume donc toutes les interactions qui ne sont pas de jauge (c'est-à-dire avec les bosons de jauge). C'est, de plus, une fonction analytique des champs complexes ϕ_i c'est-à-dire qu'il est fonction de ϕ_i mais pas du complexe conjugué ϕ_i^*. Ceci est très important pour la suite.

De même, en imposant que $\mathcal{L}_{int}$ soit invariant sous transformation de supersymétrie, on détermine la forme du potentiel V. En présence d'interactions, donc d'un superpotentiel non-nul, les équations du mouvement des champs auxiliaires F^i sont :

$$F_i = -\frac{\partial W(\phi)}{\partial \phi^i} = -W_i^*, \qquad F^{*i} = -\frac{\partial W(\phi)}{\partial \phi_i} = -W^i. \tag{2.37}$$

Nous pouvons les utiliser pour écrire le lagrangien sans les champs F, comme dit plus haut. Le *potentiel scalaire* V de la théorie est :

$$V = W_i^* W^i = F_i F^{*i}, \tag{2.38}$$

qui est automatiquement non-négatif puisque c'est la somme de carrés. Si nous employons la forme générale (2.36) du superpotentiel, nous avons alors le lagrangien général pour un supermultiplet chiral en interaction :

$$\mathcal{L} = -\partial^\mu \phi \, \partial_\mu \phi^* - i\psi^\dagger \bar{\sigma}^\mu \, \partial_\mu \psi - \frac{1}{2} m^{ij} \psi_i \psi_j - \frac{1}{2} m^*_{ij} \psi^{\dagger i} \psi^{\dagger j} - V - \frac{1}{2} y^{ijk} \phi_i \psi_j \psi_k - \frac{1}{2} y^*_{ijk} \phi^{*i} \psi^{\dagger j} \psi^{\dagger k}. \tag{2.39}$$

Théorie de jauge supersymétrique

Le MS, qui est la théorie qui nous intéresse et que nous voulons "supersymétriser", a, outre des champs fermioniques chiraux (les quarks, les leptons), des champs de jauge de spin 1 (bosons W, Z, gluons,...). Dans la section dédiée à l'algèbre supersymétrique nous avons vu que le supermultiplet vecteur pouvait accueillir de tels champs de jauge. Voyons donc comment se comporte un tel supermultiplet, sans et avec interaction.

Le supermultiplet vecteur contient un boson de jauge A_a^μ, de masse nulle, un fermion de Weyl, le jaugino λ_a, également de masse nulle, ainsi qu'un champ scalaire réel auxiliaire D_a qui est l'analogue du champ F précédent. Ce supermultiplet est dans la représentation adjointe du groupe de jauge (de constantes de structure f^{abc}). La forme du lagrangien est complètement déterminée par la condition d'invariance de jauge et la renormalisabilité :

$$\mathcal{L}_{jauge} = -\frac{1}{4} F^a_{\mu\nu} F^{a\mu\nu} - i\lambda^{a\dagger} \bar{\sigma}^\mu D_\mu \lambda^a + \frac{1}{2} D^a D^a, \tag{2.40}$$

où les dérivées covariantes de jauge D_μ et $F^a_{\mu\nu}$ sont donnés par :

$$F^a_{\mu\nu} = \partial_\mu A^a_\nu - \partial_\nu A^a_\mu - g f^{abc} A^b_\mu A^c_\nu, \tag{2.41}$$

$$D_\mu \lambda^a = \partial_\mu \lambda^a - g f^{abc} A^b_\mu, \tag{2.42}$$

5. La supersymétrie assure que c'est aussi la matrice de masse des bosons scalaires associés.

comme habituellement pour une théorie de jauge. Ce lagrangien est déjà supersymétrique et les transformations de supersymétrie de paramètre ϵ pour les champs du supermultiplet vecteur sont :

$$\delta A^a_\mu = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(\epsilon^\dagger \bar{\sigma}^\mu \lambda^a + \lambda^{a\dagger}\bar{\sigma}^\mu \epsilon\right), \tag{2.43}$$

$$\delta \lambda^a_\alpha = -\frac{i}{2\sqrt{2}}(\sigma^\mu \bar{\sigma}^\nu \epsilon)_\alpha F^a_{\mu\nu} + \frac{1}{\sqrt{2}}\epsilon_\alpha D^a, \tag{2.44}$$

$$\delta D^a = \frac{i}{\sqrt{2}}\left(\epsilon^\dagger \bar{\sigma}^\mu D_\mu \lambda^a - D_\mu \lambda^{a\dagger}\bar{\sigma}^\mu \epsilon\right). \tag{2.45}$$

Sans interaction avec aucun supermultiplet chiral, l'équation du mouvement pour le champ D^a est simplement $D^a = 0$ que nous obtenons directement du Lagrangien (2.40). Il n'a pas de terme cinétique et ne se propage donc pas.

Dans le MS, les champs de jauge interagissent avec les fermions chiraux. Dans notre version supersymétrique il nous faut donc considérer les interactions entre le supermultiplet chiral et le supermultiplet vecteur. Comme dans le cas non-supersymétrique, les dérivées usuelles ∂^μ des fermions sont maintenant à remplacer par des dérivées covariantes de jauge D^μ. De plus, le lagrangien doit comporter des termes supplémentaires qui traduisent les interactions entre supermultiplets chiraux et vecteurs. Les lois de transformation supersymétriques du supermultiplet chiral changent pour prendre en compte la variation des nouveaux termes. L'équation du mouvement pour D^a est alors (les T^a sont les générateurs du groupe de jauge selon lesquels les supermultiplets chiraux se transforment et g est la constante de couplage) :

$$D^a = -g(\phi^* T^a \phi), \tag{2.46}$$

et le potentiel scalaire complet est :

$$V = F_i F^{*i} + \frac{1}{2}\sum_a D^a D^a = W_i^* W^i + \frac{1}{2}\sum_a g^2(\phi^* T^a \phi)^2. \tag{2.47}$$

Ce potentiel scalaire est automatiquement non-négatif et s'avère très important pour la brisure de symétrie. Nous parlons de termes F et de termes D pour faire référence respectivement au premier et deuxième terme du potentiel. Ce potentiel est complètement déterminé par les couplages de Yukawa (*via* le terme F) et par les interactions de jauge (*via* le terme D).

2.3 Les modèles supersymétriques à basse énergie

La section précédente était assez abstraite, nous allons tout de suite appliquer les différents résultats obtenus. Le Modèle Standard fonctionne très bien, nous l'avons vu. Nous allons donc juste lui offrir une promotion en le "supersymétrisant" et en conservant toutes ses caractéristiques. Le modèle minimal que nous pouvons obtenir est le MSSM (Minimal Supersymmetric Standard Model). Nous présenterons son contenu en particules (la nomenclature des nouvelles particules), nous expliquerons comment la symétrie électrofaible peut se briser, et nous décrirons la brisure effective de supersymétrie (brisure dite "douce"). Nous aborderons juste après les prédictions typiques du MSSM. Enfin, nous parlerons aussi des variantes possibles du MSSM car la nature a pu très bien choisir une voie un peu plus complexe que ce modèle minimal.

2.3.1 Les modèles $\mathcal{N} \geq 2$

Comme nous l'avons déjà dit dans la section 1.2.2, *a priori* le nombre de générateurs supersymétriques Q_α que nous pouvons introduire peut être supérieur ou égal à 1 (nous parlerons de supersymétrie $\mathcal{N} \geq 1$). Après tout, les théories supersymétries $\mathcal{N} \geq 2$ possèdent d'avantages de symétries et de ce fait il se trouve qu'elles ont moins de divergences ce qui les rend très intéressantes. En effet, dans le cas $\mathcal{N} = 2$ il n'y a qu'un nombre fini de diagrammes qui divergent et dans le cas $\mathcal{N} = 4$ il n'y en a plus du tout ! Une théorie supersymétrique $\mathcal{N} = 4$ est intrinsèquement finie. Tout naturellement, nous aimerions donc construire un modèle $\mathcal{N} = 4$ englobant le MS. Malheureusement, à basse énergie (autour du TeV), les modèles $\mathcal{N} \geq 2$ ne sont pas réalistes. Ils ne permettent pas la violation de la parité que nous observons dans les interactions faibles. En effet, un supermultiplet d'une théorie supersymétrique $\mathcal{N} \geq 2$ possède toujours les 2 hélicités opposées à la fois donc particules "gauches" et "droites" siègent dans le même supermultiplet. Ce qui implique qu'elles ont les mêmes interactions (car elles sont dans la même représentation du groupe de jauge). C'est malheureusement une conclusion contraire aux observations expérimentales qui nous disent par exemple que l'électron "gauche" (qui fait partie d'un doublet dans le MS) n'a pas la même interaction avec les bosons W que l'électron "droit" (qui est un singulet d'isospin faible nul et qui ne "ressent" pas l'interaction faible). Les modèles $\mathcal{N} \geq 2$ ne peuvent donc pas décrire la physique des particules à basse énergie.

2.3.2 La zoologie du Modèle Standard Supersymétrique Minimal

La sous-section précédente nous a enseigné que le cas minimal $\mathcal{N} = 1$ était aussi le seul cas réaliste à basse énergie pour englober le MS. Les supermultipets dont nous disposons sont :

- le supermultiplet chiral qui comprend un fermion de spin $1/2$ et un boson de spin 0,
- le supermultiplet vecteur qui comprend un boson de spin 1 et un fermion de spin $1/2$.

Pouvons nous ranger toutes nos particules du MS dans ces multiplets ? Autrement dit, pouvons nous associer les quarks et leptons aux bosons W, Z, au photon, etc ?

Malheureusement, cela poserait des problèmes pour la conservation des nombres quantiques. En effet, les bosons de jauge et les fermions n'ont pas les mêmes propriétés de transformation sous les groupes de jauge donc possèdent des nombres quantiques différents. La supersymétrie ne modifie pas ces nombres quantiques, on ne peut donc pas associer un boson de jauge à un fermion connu ou inversement. Cela poserait aussi des problèmes pour la conservation d'autres nombres comme le nombre leptonique car les bosons de jauge que nous connaissons ont un nombre leptonique nul contrairement aux leptons. Il nous faut donc inventer des (super)partenaires à toutes les particules connues ! Le tableau suivant, (2.1), donne à chaque particule connue le nom, le spin et l'abréviation de son spartenaire.

Avant de passer aux sections suivantes, nous allons formuler plusieurs remarques. Tout d'abord nous avons aussi, outre les nouveaux spartenaires, au moins deux doublets de bosons de Higgs. Pourquoi a-t-il fallu aussi ajouter des bosons de Higgs ? Dans l'étude des théories de champs supersymétriques nous avons introduit la notion de superpotentiel. Celui-ci résume toutes les interactions possibles des particules (mais qui ne font pas inter-

Particule	Spartenaire	Spin
quarks q	squarks $\tilde{q}$	0
$\rightarrow$ top t	stop $\tilde{t}$	
$\rightarrow$ bottom b	sbottom $\tilde{b}$	
...		
leptons l	sleptons $\tilde{l}$	0
$\rightarrow$ neutrino ν_e	sneutrino $\tilde{\nu_e}$	
$\rightarrow$ muon μ	smuon $\tilde{\mu}$	
...		
bosons de jauge	jauginos	1/2
$\rightarrow$ photon γ	photino $\tilde{\gamma}$	
$\rightarrow$ boson Z	zino $\tilde{Z}$	
$\rightarrow$ boson B	bino $\tilde{B}$	
$\rightarrow$ boson W	wino $\tilde{W}$	
$\rightarrow$ gluon g	gluino $\tilde{g}$	
bosons de Higgs $H_i^{\pm,0}$	higgsinos $\tilde{H}_i^{\pm,0}$	1/2

TAB. 2.1 – *Les particules du MSSM.*

venir les bosons de jauge) donc en particulier les interactions de Yukawa avec les champs de Higgs. Ce superpotentiel ne peut pas être fonction de champs complexes conjugués. Or dans le MS, pour donner une masse aux quarks type "up" nous utilisons un terme QU^cH^*. Comme en supersymétrie ce genre de terme est interdit nous devons utiliser un nouveau champ de Higgs, d'hypercharge $Y = -1$, et le coupler simplement (sans conjugaison complexe) : QU^cH_u. Ce nouveau champ, après brisure électrofaible nous laissera donc d'autres bosons de Higgs dont certains seront chargés (voir plus loin). Ce nouveau doublet de Higgs est aussi nécesaire pour annuler les possibles anomalies.

Deuxièmement, nous savons bien que dans le MS un fermion droit subit un traitement différent d'un fermion gauche. Ils auront en supersymétrie chacun un supermultiplet avec chacun un spartenaire. Par exemple $q_L \rightarrow \tilde{q}_L$ et $q_R \rightarrow \tilde{q}_R$. Ces deux squarks sont bien différents et pour les identifier nous laisserons l'indice de chiralité L ou R tout en sachant qu'il n'a pas de sens physique pour une particule scalaire (spin 0 donc une seule hélicité $\lambda = 0$).

Troisièmement, pourquoi avons nous fait le choix d'avoir des spartenaires de spin inférieur ? *A priori* nous aurions pu associer à tous les fermions du MS des spartenaires de spin 1 et aux bosons de jauge de spin 1 des spartenaires de spin 3/2. Cependant, introduire une particule de spin 1 signifie introduire une nouvelle interaction et implique un modèle non-minimal. De plus, introduire des particules de spin >1 rend la théorie non-renormalisable[6].

6. En analysant en théorie des champs ce qui rend les diagrammes divergents, on aboutit à une condition pour qu'un terme du lagrangien soit renormalisable: $\Delta = 4 - d - \sum_i n_i(s_i + 1) \geq 0$ où d est le nombre de

Enfin, les $\tilde{\gamma}$, $\tilde{Z}$, $\tilde{W}$, $\tilde{H}$ ne s'observent pas directement. En effet, ils se mélangent et donc n'apparaissent expérimentalement que des combinaisons de ces jauginos et higgsinos : celles-ci ont pour nom les *neutralinos* et les *charginos* :

• Les neutralinos $\tilde{N}^0_{1,2,3,4}$[7] sont de charge électrique nulle et mélangent en particulier les fermions $\tilde{B}$, $\tilde{W}^0$, $\tilde{H}^0_u$ et $\tilde{H}^0_d$.

• Les charginos $\tilde{C}^{\pm}_{1,2}$[8] sont chargés électriquement et mélangent les $\tilde{W}^{\pm}$ et les $\tilde{H}^{\pm}$.

Ces mélanges sont dûs au fait que les jauginos et higgsinos possèdent les même nombres quantiques et ne sont pas distinguables séparément.

2.3.3 Le modèle

Le MSSM est l'extension supersymétrique minimale du MS. Les quarks et les leptons sont alors mis dans des superchamps chiraux avec leurs superpartenaires et ces superchamps forment des supermultiplets chargés sous $SU(3)_C$, $SU(2)_L$ et $U(1)_Y$ de la même façon que les multiplets du MS. Les bosons de jauge sont quant à eux placés avec leurs superpartenaires fermioniques dans des superchamps vecteurs.

Le superpotentiel le plus général, mais minimal, du MSSM est alors :

$$\mathcal{W} = \mathcal{Y}_u \bar{U} Q H_u + \mathcal{Y}_d \bar{D} Q H_d + \mathcal{Y}_e \bar{E} L H_d + \mu H_u H_d. \tag{2.48}$$

La notation $\bar{\psi}$ signifie que les champs du supermultiplet sont des champs conjugués de charge ψ^c. Les champs conjugués apparaissent car nous avons choisi de ne travailler qu'avec des champs gauches. Les champs droits s'obtiennent justement par cette opération de conjugaison. De plus, les indices de $SU(2)$ ont été supprimés pour ne pas alourdir l'expression. Nous avons en fait $\mu(H_u)_\alpha(H_d)_\beta\epsilon^{\alpha\beta}$, $(\mathcal{Y}_u)^{ij}\bar{U}_{ai}Q^a_{j\alpha}(H_u)_\beta\epsilon^{\alpha\beta}$, ...

Les $\mathcal{Y}$ sont les matrices de Yukawa, 3×3 dans l'espace des saveurs et sont sans dimensions. Elles donnent les masses des quarks et leptons ainsi que les angles et phases de CKM après la brisure électrofaible.

Les deux champs de Higgs, H_u et H_d, ont été introduit pour respecter la condition d'analycité du superpotentiel[9] et donner une masse aux particules "up" et "down" ainsi que pour la condition d'annulation des anomalies. Mais une fois que nous avons deux superchamps de Higgs, un terme qui couple les deux peut *a priori* exister. Ce terme cependant (le couplage μ) donne naissance au problème "μ" : phénoménologiquement, il est de l'ordre du TeV alors que dans le MSSM rien ne le force à être aussi bas. Dans un modèle plus fondamental, μ pourrait être lié à l'échelle de brisure de la supersymétrie.

Une fois que ce superpotentiel a été écrit, nous pouvons trouver toutes les interactions possibles (mais non de jauge) entre les particules et écrire le lagrangien d'interaction, grâce à la formule (2.34), ainsi que le potentiel effectif de la théorie, formule (2.47).

2.3.4 La brisure douce de la supersymétrie

Il reste cependant à introduire dans le modèle la brisure de la supersymétrie. Mais le mécanisme et l'échelle réelle de la brisure sont encore inconnues. Ce que nous pouvons

dérivées, n_i est le nombre de champs du type i dans le terme d'interaction et s_i leur spin. Si le spin est trop élevé on tombe inévitablement sur des termes non-renormalisables.

7. Notés aussi dans la littérature $\tilde{\chi}^0_{1,2,3,4}$.

8. Notés aussi souvent $\tilde{\chi}^{\pm}_{1,2}$.

9. C'est-à-dire l'absence de champs complexes conjugués ϕ^*.

faire c'est paramétriser à basse énergie cette brisure. Ceci se fait en ajoutant des termes au lagrangien qui brise explicitement la supersymétrie. La forme générale de ce lagrangien de brisure $\mathcal{L}_{soft}$ est :

$$\mathcal{L} \supset \mathcal{L}_{soft} = -\frac{1}{2}(M_\lambda \lambda^a \lambda^a + \ c.c) - m_{ij}^2 \phi_j^* \phi_i + (\frac{1}{2} b_{ij} \phi_i \phi_j + \frac{1}{6} a_{ijk} \phi_i \phi_j \phi_k + \ c.c) \quad (2.49)$$

Il brise bien la supersymétrie car seuls les scalaires (ϕ_i) et les jauginos (λ^a) ont un terme de masse. La brisure, bien qu'explicite[10], est dite "douce" ("soft" en anglais) car on peut montrer qu'elle n'introduit pas de divergences quadratiques. Tous les modèles de brisure, qu'ils aient leur origine dans les théories des cordes ou de supergravité (voir chapitre 4), conduisent à basse énergie à cette forme de $\mathcal{L}_{soft}$. Avec les superchamps du MSSM, $\mathcal{L}_{soft}$ s'écrit :

$$\begin{aligned} -\mathcal{L}_{soft} &= \frac{1}{2}(M_3 \tilde{g}\tilde{g} + M_2 \tilde{W}\tilde{W} + M_1 \tilde{B}\tilde{B} + \ c.c) \\ &+ \tilde{Q}^\dagger m_Q^2 \tilde{Q} + \bar{\tilde{U}}^\dagger m_{\bar{U}}^2 \bar{\tilde{U}} + \bar{\tilde{D}}^\dagger m_D^2 \bar{\tilde{D}} + \bar{\tilde{L}}^\dagger m_L^2 \bar{\tilde{L}} + \bar{\tilde{E}}^\dagger m_{\bar{E}}^2 \bar{\tilde{E}} \\ &+ (\bar{\tilde{U}}^\dagger a_U \tilde{Q} H_u - \bar{\tilde{D}}^\dagger a_D \tilde{Q} H_d - \bar{\tilde{E}}^\dagger a_E \tilde{L} H_d + \ c.c) \\ &+ m_{H_u}^2 H_u^* H_u + m_{H_d}^2 H_d^* H_d + (b H_u H_d + \ c.c) \end{aligned} \quad (2.50)$$

Les masses M_3, M_2, M_1 des jauginos sont en général complexes, ce qui introduit 6 paramètres. Les m_Q, m_L, $m_{\bar{u}}$,..., sont les matrices de masse des squarks et sleptons, hermitiennes et de taille 3×3 dans l'espace des saveurs, ce qui fait 45 paramètres inconnus. Les couplages a_U, a_D,..., sont des couplages trilinéaires, 3×3 et complexes donc caractérisés par 54 paramètres. Enfin, les couplages bilinéaires des Higgs introduisent 4 paramètres. En tout, $\mathcal{L}_{soft}$ contient 109 paramètres inconnus ! La supersymétrie introduit donc beaucoup de paramètres mais en contrepartie fait intervenir très peu de principes. Ce nombre de paramètres "soft" peut cependant être diminué en redéfinissant les champs grâce à des symétries ou des hypothèses supplémentaires. La mesure des paramètres de brisure douce permettra de tester les modèles de plus haute énergie.

2.3.5 La brisure électrofaible et les bosons de Higgs supersymétriques

Le potentiel scalaire

Le secteur de Higgs du MSSM contient 2 doublets complexes :

$$H_u = \begin{pmatrix} H_u^0 \\ H_u^- \end{pmatrix}, \ H_d = \begin{pmatrix} H_d^+ \\ H_d^0 \end{pmatrix}. \quad (2.51)$$

La brisure électrofaible est donc un peu plus complexe que dans le cas du Modèle Standard (à 1 seul doublet). Au niveau classique ("arbre"), le potentiel scalaire effectif s'écrit, après plusieurs simplifications que nous ne détaillerons pas :

$$\begin{aligned} V &= (|\mu|^2 + m_{H_u}^2)|H_u^0|^2 + (|\mu|^2 + m_{H_d}^2)|H_d^0|^2 - b(H_u^0 H_d^0 + c.c) \\ &+ \frac{1}{8}(g_2^2 + g_1^2)(|H_u^0|^2 - |H_d^0|^2)^2. \end{aligned} \quad (2.52)$$

10. Par opposition à spontanée.

Les termes proportionnels à $|\mu|^2$ tirent leur origine des termes F et le terme proportionnel aux couplages de jauge (g_1, g_2) des termes D. Les autres termes viennent de $\mathcal{L}_{soft}$ (en omettant les autres scalaires qui ne joueront aucun rôle ici). Une brisure spontanée de la symétrie électrofaible ne peut exister avec cette forme de potentiel que si le paramètre b vérifie :

$$b^2 > (|\mu|^2 + m_{H_u}^2)(|\mu|^2 + m_{H_d}^2), \tag{2.53}$$

et de plus, pour que le potentiel soit limité inférieurement, il faut :

$$2b < 2|\mu|^2 + m_{H_u}^2 + m_{H_d}^2. \tag{2.54}$$

Ces conditions ne sont valables qu'au niveau "arbre". Quand la brisure de la symétrie a lieu, les deux champs H_u^0 et H_d^0 développent une $v.e.v$:

$$< H_u^0 >= v_u, \ < H_d^0 >= v_d, \tag{2.55}$$

qui sont reliées à celle du MS par :

$$v^2 = v_u^2 + v_d^2 = \frac{2m_Z^2}{(g_2^2 + g_1^2)}. \tag{2.56}$$

On définit aussi le paramètre $\tan\beta$ par :

$$\tan\beta = \frac{v_u}{v_d}, \ 0 < \beta < \frac{\pi}{2}. \tag{2.57}$$

Au minimum du potentiel,

$$\frac{\partial V}{\partial H_u^0} = \frac{\partial V}{\partial H_d^0} = 0, \tag{2.58}$$

nous avons alors les deux relations :

$$|\mu|^2 + m_{H_u}^2 = b\tan\beta - \frac{m_Z}{2}\cos 2\beta, \tag{2.59}$$

$$|\mu|^2 + m_{H_d}^2 = b\cot\beta + \frac{m_Z}{2}\cos 2\beta. \tag{2.60}$$

Elles sont très importantes car lient une quantité mesurable, m_Z, à des paramètres de brisure douce. Nous pouvons aussi noter que la phase de μ n'est pas déterminée.

Les bosons de Higgs supersymétriques

Les deux doublets complexes comptent 8 degrés de liberté donc 8 scalaires réels. Le mécanisme de Higgs, quand la brisure électrofaible se réalise, en utilise 3 pour donner une masse aux 2 bosons W et au Z. Il reste alors 5 bosons de Higgs qui restent dans le spectre :

$\hookrightarrow$ 2 sont neutres et pairs sous une transformation de CP, h^0 et H^0,

$\hookrightarrow$ un est neutre et impair sous CP, A^0,

$\hookrightarrow$ les 2 derniers sont chargés, $H^{\pm}$.

Les masses de ces bosons de Higgs supersymétriques sont au niveau de l'arbre :

$$m^2_{h^0,H^0} = \frac{1}{2}\left(m^2_{A^0} + m^2_Z \mp \sqrt{(m^2_{A^0}+m^2_Z)^2 - 4m^2_{A^0}m^2_Z\cos^2 2\beta}\right), \quad (2.61)$$

$$m^2_{A^0} = \frac{2b}{\sin 2\beta}, \quad (2.62)$$

$$m^2_{H^\pm} = m^2_{A^0} + m^2_W, \quad (2.63)$$

et de plus la masse du h^0 est bornée supérieurement par :

$$m_{h^0} < |\cos 2\beta| m_Z. \quad (2.64)$$

En particulier, cette dernière relation nous donne $m_{h^0} < m_Z$.

Or ces relations ne sont valables qu'à l'arbre. Nous avons déjà vu que la masse des scalaires de Higgs subissent des corrections radiatives non-négligeables au niveau d'une boucle. On a pour la masse de h au carré :

$$\Delta m^2_h = \frac{3m^4_t}{4\pi^2 v^2}\ln\left(\frac{m_{\tilde{t}_1}m_{\tilde{t}_2}}{m^2_t}\right) + \frac{3m^4_t}{8\pi^2 v^2}\mathrm{f}(m^2_{\tilde{t}_1},m^2_{\tilde{t}_2},\mu,\tan\beta), \quad (2.65)$$

où $m_{\tilde{t}_{1,2}}$ sont les masses physiques des stops (qui sont des mélanges des états $\tilde{t}_R$ et $\tilde{t}_L$) et $\mathrm{f}(m^2_{\tilde{t}_1},m^2_{\tilde{t}_2},\mu,\tan\beta)$ est une fonction que l'on peut retrouver explicitement dans [15]. La correction Δm^2_h dépend quartiquement de la masse du top, ce qui la rend importante. En prenant en compte cette correction, la masse du boson de Higgs supersymétrique le plus léger, h, pour des masses de sparticules autour d'un TeV, est :

$$m_h \lesssim 130 \text{ GeV}. \quad (2.66)$$

Dans la figure (2.3), nous pouvons voir m_h en fonction de m_{A^0} pour différentes valeurs de $\tan\beta$. Ce boson de Higgs supersymétrique le plus léger a donc toutes les caractéristiques nécessaires pour être le boson de Higgs favorisé par les ajustements des données électrofaibles ! Ceci constitue une prédiction importante de la supersymétrie. Il y en a d'autres et nous allons en voir tout de suite un aperçu.

2.3.6 La R-parité et la matière noire

La R-parité

Purement sur des considérations d'invariance de jauge, d'invariance de Lorentz et de renormalisabilité, nous pouvons introduire dans le superpotentiel (2.50) d'autres termes qui n'ont pas de correspondance avec le MS et qui ne conservent ni le nombre baryonique, ni le nombre leptonique[11]. Ces termes sont :

$$\mathcal{W}_{RPV} = \lambda_{ijk}L_iL_jE_k + \lambda'_{ijk}L_iQ_j\bar{D}_k + \lambda''_{ijk}\bar{U}_i\bar{D}_j\bar{D}_k, \quad (2.67)$$

où λ,λ',λ'' sont des couplages inconnus sans dimensions.

11. La conservation de B et L dans le MS est accidentelle mais n'est *a priori* pas obligatoire dans ses extensions (supersymétriques ou pas). En effet, dans le MS, il n'existe pas de termes renormalisables qui violent L ou B, ce qui n'est forcément le cas dans d'autres théories. Cependant, dans le MS, il y a des possibles interactions non renormalisables qui violent L ou B.

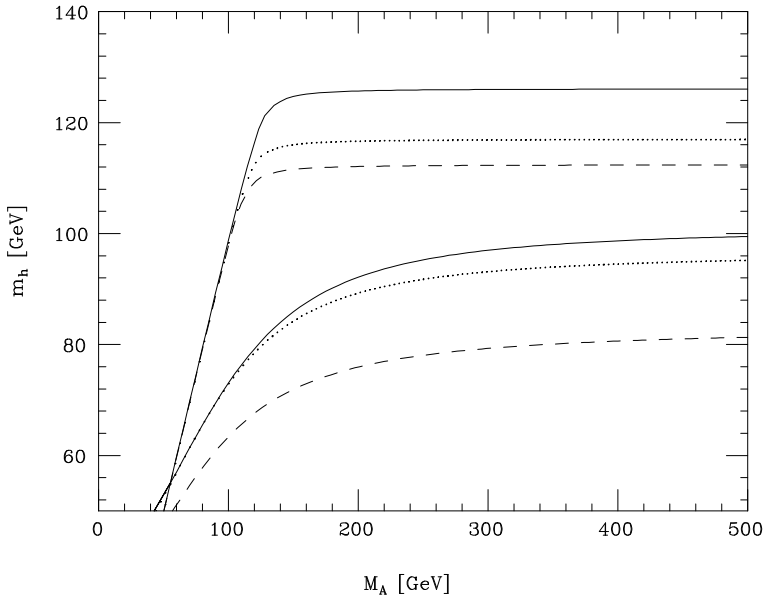

FIG. 2.3 – *Masse du boson de Higgs supersymétrique le plus léger en fonction de m_A et pour différentes valeurs de* $\tan\beta$. *[15]*

Cependant, une combinaison des deuxième et troisième termes pourrait conduire à une désintégration rapide du proton, alors que le proton est très stable[12]. Phénoménologiquement, il faut pouvoir s'assurer que ces termes soient supprimés [17]:

$$|\lambda'\lambda''| \; < \; \mathcal{O}(10^{-9}). \tag{2.68}$$

C'est ce qui se passe quand on postule une nouvelle symétrie, la R-parité. Elle est définie comme suit :

$$R_p = (-1)^{3(B-L)+2S} \tag{2.69}$$

où S est le spin. C'est un nombre quantique multiplicatif, les particules du MS sont alors paires et les sparticules impaires. Si cette R-parité est conservée, elle implique plusieurs choses importantes :

- les sparticules sont produites par paires, par exemple : $\bar{p}\,p \to \tilde{q}\,\tilde{g}\,X$, $e^+\,e^- \to \tilde{\mu}^+\,\tilde{\mu}^-$,
- une sparticule se désintègre en une autre sparticule (ou en un nombre impair), par exemple : $\tilde{q} \to q\,\tilde{g}$, $\tilde{\mu} \to \mu\,\tilde{\gamma}$,
- la sparticule la plus légère, la LSP, est stable.

La LSP et la matière noire

Dans le MSSM, la R-parité est conservée et la sparticule la plus légère est stable donc ne peut pas se désintégrer. La LSP a un fort interêt car pourrait constituer la majorité de la matière noire froide favorisée par les modèles cosmologiques de formation des structures (galaxies,...). En effet, au fur et à mesure du refroidissement de l'Univers (son expansion) les particules se sont désintégrées, ont formé des baryons, atomes etc, sauf les neutrinos et la LSP. Cette dernière nous parait "invisible" car elle n'interagit que très peu avec la matière et elle contribue alors à la densité relique de matière noire dont les bornes sont,

12. Sa durée de vie excède 10^{33} ans !

d'après les mesures récentes de WMAP [14], $0.094 < \Omega_{MN}h^2 < 0.129$ (à 2σ). L'existence d'une LSP est une prédiction très importante mais sa contribution totale à la densité de matière noire dépend des paramètres du MSSM.

Les particules candidates sont le neutralino le plus léger qui est de spin 1/2 et le gravitino qui est de spin 3/2. Le sneutrino le plus léger a déjà été exclu par les recherches directes au LEP. Toutes sont des particules neutres car si elles étaient chargées, elles auraient dû être détectées par les mesures d'isotopes lourds anormaux car une LSP aurait pu se lier au noyau. En effet, si la LSP est chargée électriquement ou colorée, le nombre de ces isotopes lourds anormaux par rapport au nombre d'isotopes normaux devrait être supérieur à 10^{-6}. Expérimentalement, ce rapport est inférieur à 10^{-15} voir même 10^{-30} ! Pour l'instant, même si le neutralino est plus "à la mode", la nature de la LSP diffère grandement selon les scénario et les paramètres de la supersymétrie.

2.3.7 Les variantes du modèle minimal

Le MSSM n'est pas le seul modèle qui a été construit et ce n'est bien sûr pas le seul à pouvoir être réalisé dans la nature. Dans les analyses et études de la phénoménologie au-delà du Modèle Standard, on parle souvent de violation de la R-parité et du NMSSM. Nous allons les présenter brièvement dans cette section.

La violation de la R-parité

Dans le cas ou la R-parité est violée, les termes de $\mathcal{W}_{RPV}$, eq (2.67), donneront des contributions à tous les processus. Par exemple, $b \to s\,\gamma$, les oscillations $B - \bar{B}$ ou la désintégration rare $K^+ \to \pi^+\nu\bar{\nu}$ (voir figure 2.4).

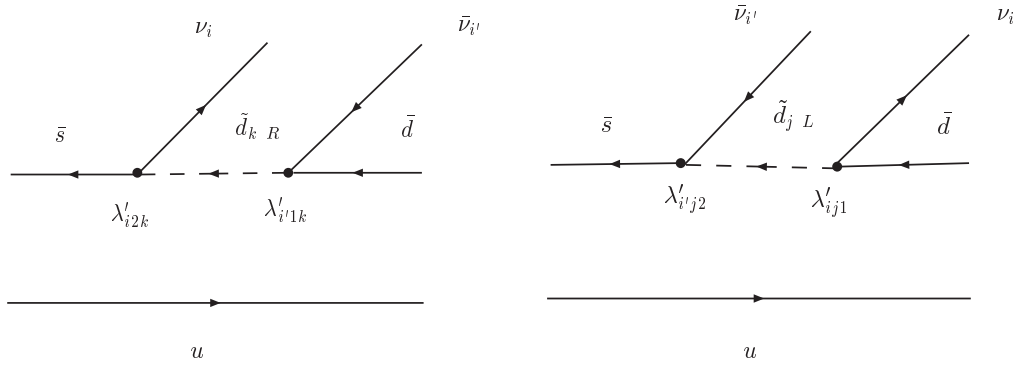

FIG. 2.4 – *Les deux contributions possibles, au niveau de l'arbre, et qui violent la R-parité, au processus rare $K^+ \to \pi^+\nu\bar{\nu}$ [16]. Dans les deux cas on a échange d'un squark de type "down".*

Les paramètres λ sont en tout au nombre de 45 (9+27+9) et les bornes supérieures sont typiquement de l'ordre de $(10^{-2} - 10^{-1}) \times m_{\tilde{q}}/(100\ \text{GeV})$. Ils sont cependant difficiles à contraindre car ils apparaissent sous forme de produits, $|\lambda_{ijk}\lambda'^{*}_{ijk}|$ par exemple, et nous ne pouvons les isoler que sous certaines hypothèses[13]. La phénoménologie de la violation

13. Par exemple, supposer qu'il existe une hiérarchie entre les couplages qui violent B ou L et une hiérarchie selon les différentes générations de quarks et leptons. Ceci semble raisonnable car les limites obtenues

et de la conservation de la R-parité sont très différentes et très riches, leur recherche est donc déjà en cours au Tevatron et aussi prévue aux futurs collisionneurs.

Le NMSSM

Le NMSSM ("next-to-minimal-supersymmetric-standard-model") est la plus simple extension du MSSM. Dans ce modèle, seul le contenu en particules est modifié car on ajoute un nouveau supermultiplet chiral S, singulet de jauge. Le superpotentiel est alors :

$$\mathcal{W}_{NMSSM} = \frac{1}{6}kS^3 + \frac{1}{2}\mu_S S^2 + \lambda S H_u H_d + \mathcal{W}_{MSSM}. \tag{2.70}$$

Le supermultiplet S contient à la fois un fermion chiral et son partenaire scalaire. Le principal interêt du NMSSM est de proposer une solution au problème "μ". En effet, en supposant que la partie scalaire de S développe une valeur dans le vide non-nulle $\langle S \rangle$, le terme dans (2.70) donne un μ effectif : $\mu_{eff} = \lambda \langle S \rangle$. Or S apparait aussi dans $\mathcal{L}_{soft}$ et sa *v.e.v* est naturellement de l'ordre de m_{soft}, $\mathcal{O}(1)$ TeV, la masse typique des scalaires et jauginos. Ainsi, la valeur effective de μ est de l'ordre de m_{soft} plutôt que d'être un paramètre libre et indépendant de la brisure de supersymétrie.

Phénoménologiquement le NMSSM diffère du MSSM parce qu'il permet un boson de Higgs léger plus lourd. De plus, le scalaire S peut *a priori* se mélanger avec les autres scalaires du MSSM et former 5 états de neutralinos. Ainsi, les signatures expérimentales des sparticules peuvent changer radicalement.

2.4 Les premières contraintes expérimentales

Comme nous avons vu, le secteur de la brisure douce du MSSM compte une centaine de paramètres. L'analyse des données et l'extraction de valeurs expérimentales pour ces paramètres est alors difficile. Une hypothèse simplificatrice, à la base du modèle CMSSM (constrained-minimal-supersymmetric-standard-model), est de supposer l'universalité à une certaine échelle :

- des masses de tous les jauginos : $M_3 = M_2 = M_1 = m_{1/2}$,
- des masses des scalaires : $m_Q^2 = m_{\bar{u}}^2 = ... = m_0^2 \mathbf{1}$ et $m_{H_u}^2 = m_{H_d}^2 = m_0^2$,
- et que les couplages trilinéaires soient reliés par un paramètre universel A_0 : $a_u = A_0 y_u$, $a_d = A_0 y_d$, $a_e = A_0 y_e$.

Ainsi, le passage du MSSM au CMSSM fait passer de plus d'une centaine de paramètres à seulement 5 paramètres ! Cette hypothèse est très pratique d'un point de vue phénoménologique, bien que discutable d'un point de vue purement théorique. Le CMSSM et la simplification de $\mathcal{L}_{soft}$ sont en fait inspirés des modèles de supergravité où la brisure de supersymétrie se fait par la médiation de la gravité (chapitre 4).

Pour ces raisons nous nous placerons dans ce modèle jusqu'à la fin du chapitre pour discuter des contraintes expérimentales.

2.4.1 Les accélérateurs

Les premières contraintes expérimentales sur les modèles supersymétriques viennent du fait qu'aucune sparticule n'a été découverte directement, ni au LEP ni au Tevatron.

à partir des données expérimentales suggèrent qu'il ne peut y avoir violation de B et L simultanément.

Ceci implique que les masses des superpartenaires soient supérieures à une centaine de GeV environ, selon les cas.

Les contraintes sur les sparticules sont aussi obtenues *via* la limite expérimentale sur la masse du Higgs.

$$m_H \geq 114 \text{ GeV}. \tag{2.71}$$

En effet, la masse du Higgs est très sensible à la masse des particules (celle du stop et du top surtout) circulant dans les boucles, comme nous avons vu précédemment.

Ces deux types de contraintes sont résumées sur la figure (2.5). La limite sur m_H donne une limite sur la masse des jauginos $m_{1/2}$ qui entre dans le calcul de la masse du stop.

De plus, les désintégrations $b \to s\,\gamma$ ont un taux de branchement en accord avec le MS. Les boucles de sparticules (de charginos et de Higgs chargés principalement) ne doivent donc contribuer que très peu, ce qui contraint aussi leurs masses. Cette contrainte venant de $b \to s, \gamma$ est aussi tracée sur la figure (2.5).

Enfin, le moment magnétique anormal du muon $(g_\mu - 2)$ peut être utilisé comme autre résultat expérimental contraignant l'espace des paramètres, et cette contrainte a été reportée dans la figure (2.5). Mais l'observation d'une réelle déviation de $(g_\mu - 2)$ par rapport à la prédiction du MS est sujette à débats actuellement dans la communauté des physiciens, la contrainte précédente est donc à prendre avec prudence.

2.4.2 La cosmologie

La cosmologie joue un rôle de plus en plus important en physique des particules. Quand la R-parité est conservée, la supersymétrie apporte un candidat, la LSP, pour la matière noire froide. Pour respecter les mesures cosmologiques de WMAP sur la densité totale de matière noire $\Omega_{MN}h^2$, la contribution de la LSP $\Omega_{LSP}h^2$ ne peut pas excéder 0.129 [14]. Les figures (2.5) incluent aussi les régions permises de la densité de matière noire d'origine supersymétrique par WMAP. De plus, la LSP ne doit pas être chargée, et cette condition est aussi prise en compte, la région triangulaire foncée est la région exclue.

2.5 La détection de la supersymétrie aux collisionneurs

2.5.1 Les benchmarks

Pour étudier les possibilités de découverte de la supersymétrie aux futurs collisionneurs, il est très utile de faire appel à des "benchmarks", c'est-à-dire à des modèles tests dont les paramètres sont fixés. Ceux ci servent de repères et permettent de focaliser la discussion. Ces points de l'espace des paramètres doivent être bien choisis de manière à illustrer les différentes possibilités. Les régions permises par WMAP et les autres mesures tracent des sortes de bandes fines dans l'espace des paramètres du CMSSM. La supersymétrie devrait donc se trouver sur un point de l'une de ces bandes. Une dizaine de points significatifs ont été choisi, nommés par une lettre de l'alphabet (figure (2.6)). Certains points correspondent à de petites masses de sparticules, ce qui est donc favorable à une détection directe, d'autres sont éparpillés sur les lignes de co-annihilation et 2 points ont été choisis dans des régions où les LSP peuvent s'annihiler rapidement (points K et M). 2 points, les "points focus" (E et F) sont des points très sensibles à la masse du top.

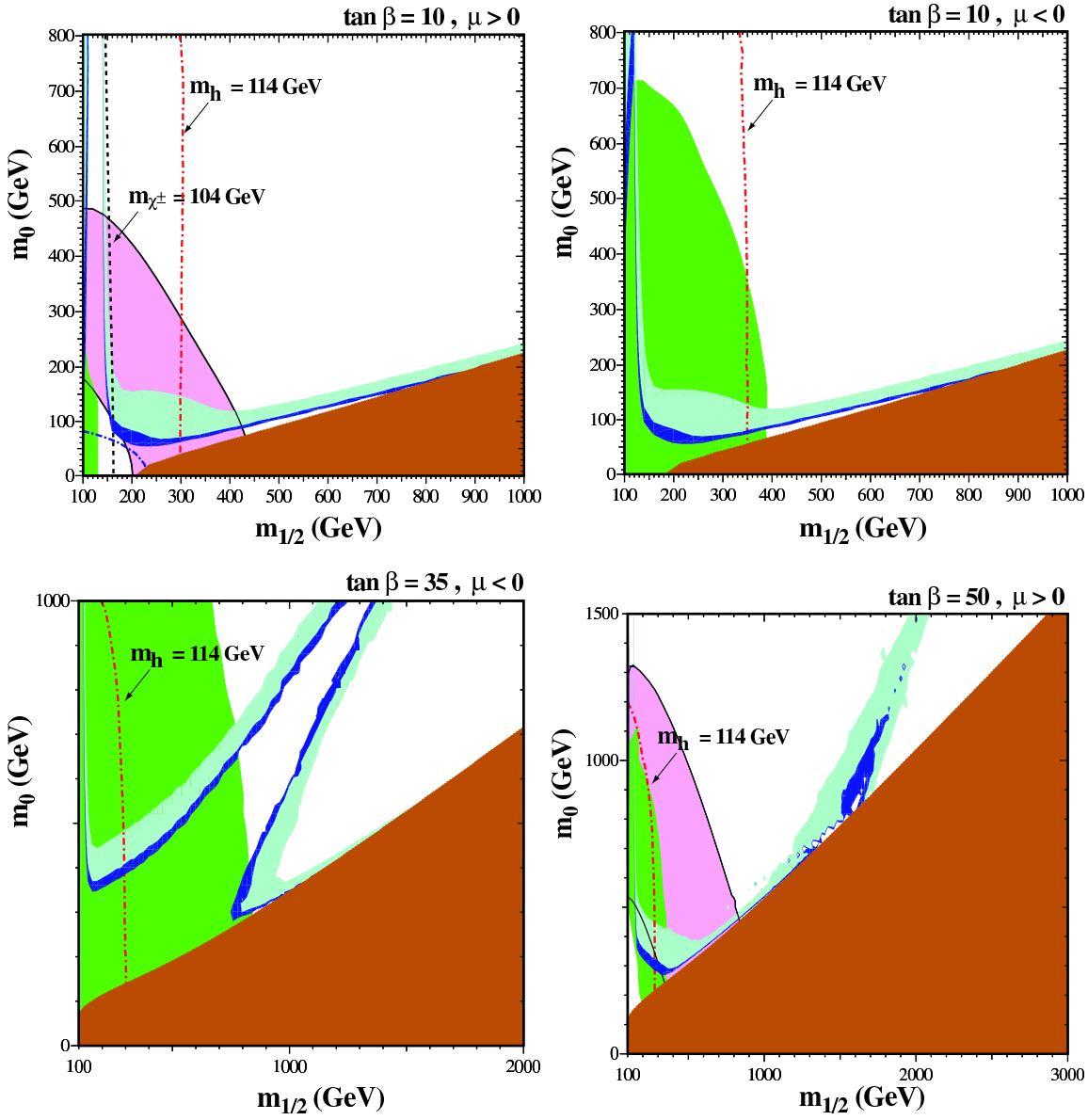

FIG. 2.5 – *Contraintes expérimentales appliquées au plan* $(m_{1/2},m_0)$ *pour différentes valeurs de* $\tan\beta$*, et les 2 signes de* μ*. La région à gauche des tirets noirs est exclue par la contrainte du LEP sur* $m_{\chi^\pm}$ *et la région à gauche des tirets rouges est exclue par la recherche directe du boson de Higgs au LEP. La région exclue par les mesures de* $b \to s,\gamma$ *est en vert c'est-à-dire la large région à gauche. La région rose en bas à gauche correspond à la région permise par* $g_\mu - 2$ *et les fines bandes foncées à celle par WMAP. La région foncée en bas à droite est interdite parce que là la LSP a une charge électrique. [14]*

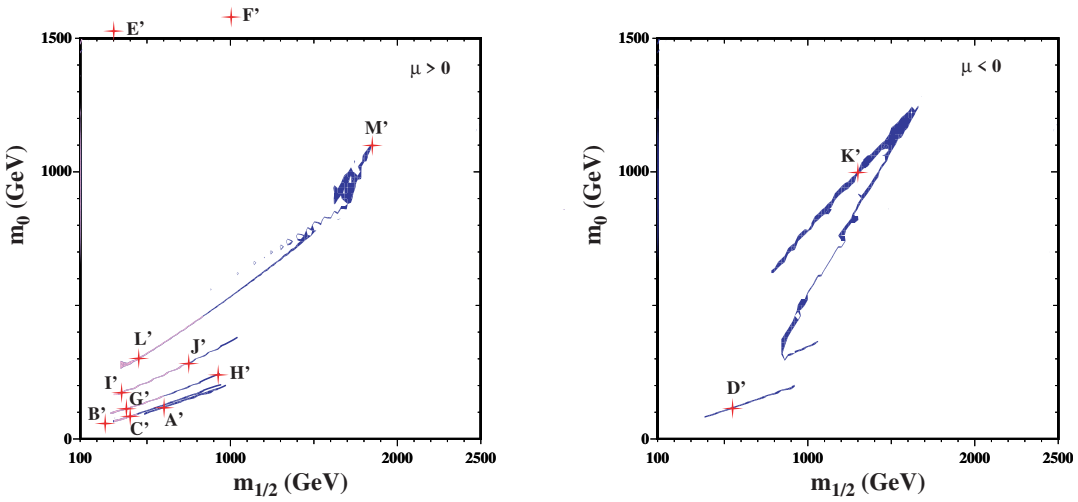

FIG. 2.6 – *Lignes compatibles avec les résultats de WMAP, dans le plan* ($m_{1/2}$,m_0)*. Dans la première figure* $\mu > 0$ *et* $\tan\beta$ *=5, 10, 20, 35, 50, et dans la seconde,* $\mu < 0$ *et* $\tan\beta$ *=10, 35. Les courbes à* $\tan\beta$ *élevé sont les plus hautes. [14]*

2.5.2 Les perspectives au LHC et au LC

Bien entendu, la possibilité de découverte dépend des caractéristiques du collisionneur. Sachant que les masses des sparticules peuvent aller de plusieurs centaines de GeV à quelques TeV, le Tevatron n'a qu'une mince chance de découvrir la supersymétrie. En revanche, le LHC et le LC ont toutes les chances de la découvrir car leurs caractéristiques permettent de couvrir une large région de l'espace des paramètres. Les résultats simulés des benchmarks sont donnés sur la figure (2.7) qui indique le type de particules que nous pouvons espérer observer avec le LHC, le LC et la combinaison LHC+LC ou un collisionneur linéaire plus puissant, le CLIC. Au LHC, la supersymétrie semble donc "facile" à voir dans la plupart des benchmarks. Dans ce cas, le nombre important de désintégrations en cascade permettra d'observer plusieurs sparticules à la fois. Les mesures d'états finaux supersymétriques permettront d'obtenir les masses des sparticules visibles avec une précision d'environ 10%. De plus, l'observation d'un grand nombre d'événements avec beaucoup d'énergie transverse manquante pourra indiquer la présence de supersymétrie avec conservation de la R-parité. Toutes ces mesures du spectre donneront accés aux paramètres fondamentaux des modèles comme le CMSSM qui pourront être utilisés pour calculer certaines des observables de basse énergie.

Exemple d'utilisation des résultats

Dans les cas les plus favorables, on pourra estimer les paramètres du MSSM au LHC (et peut-être aussi avec un collisionneur linéaire?) et calculer par exemple la densité de matière noire. Juste pour donner un exemple, le spectre de masse suivant, correspondant au benchmark "B", pourra être mesurable au LHC avec les précisions indiquées [14] (les

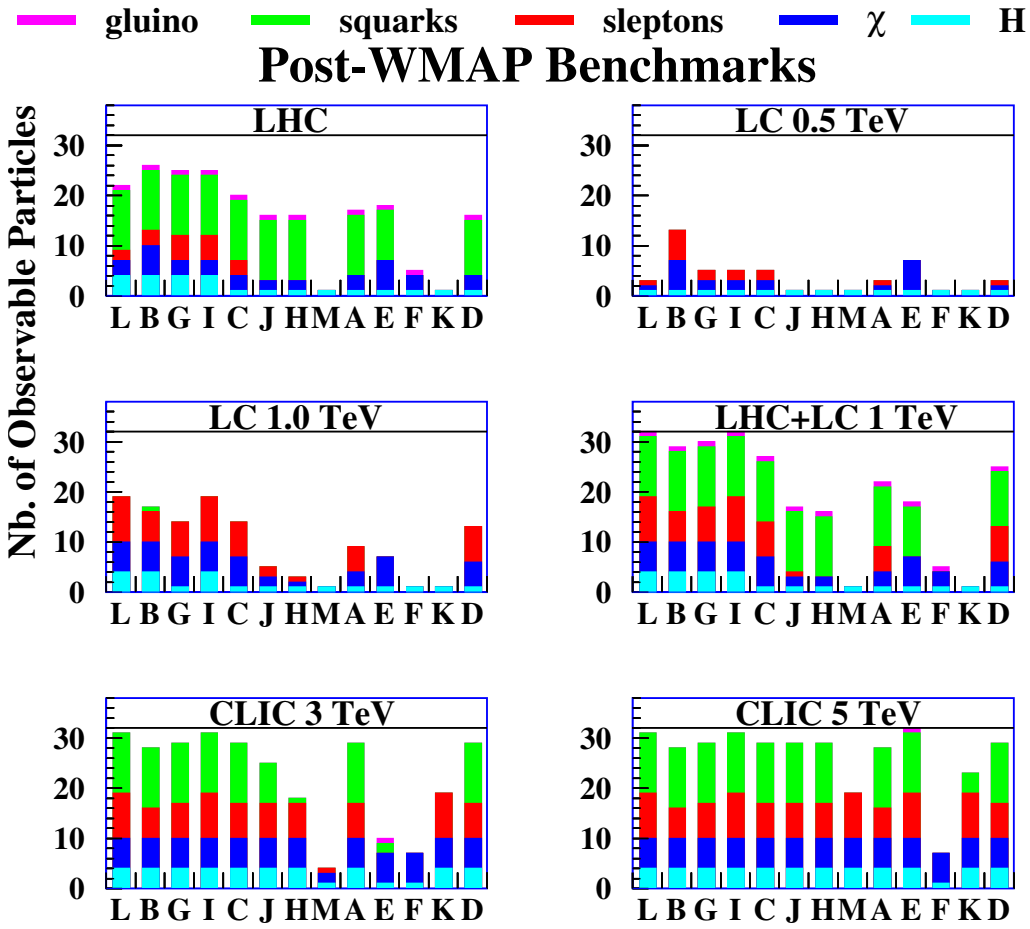

FIG. 2.7 – *Nombre de types de particules du MSSM qui peuvent être détectables par les divers accélerateurs, en fonction des différents benchmarks. [14]*

masses sont en GeV) :

$$\begin{gathered} m_{\tilde{g}} = 595.1 \pm 8.0 \\ m_{\tilde{q}_L} = 540.3 \pm 8.8,\ m_{\tilde{q}_R} = 520.4 \pm 11.8 \\ m_{\tilde{b}_1} = 491.9 \pm 7.5,\ m_{\tilde{b}_2} = 524.5 \pm 7.9 \\ m_{\tilde{l}_L} = 202.3 \pm 5.0,\ m_{\tilde{l}_R} = 143.1 \pm 4.8,\ m_{\tilde{\tau}_1} = 132.5 \pm 6.3 \\ m_{\tilde{\chi}} = 96.2 \pm 4.8,\ m_{\tilde{\chi}_2} = 176.9 \pm 4.7,\ m_{\tilde{\chi}_4} = 377.9 \pm 5.1. \end{gathered} \tag{2.72}$$

En supposant le signe de μ connu, en posant[14] $A_0 = 0$ on trouve :

$$m_0 = (103 \pm 8)\ \text{GeV},\quad m_{1/2} = (240 \pm 3)\ \text{GeV},\quad \tan\beta = 10.8 \pm 2. \tag{2.73}$$

Ce qui donne (voir figure 2.8) :

$$\Omega_{LSP}h^2 = 0.11^{+0.02}_{-0.03}. \tag{2.74}$$

Dans le calcul de la densité de LSP, la limite expérimentale de WMAP ne sera pas forcément saturée. Il pourra toujours y avoir d'autres contributions non négligeables à $\Omega_{MN}h^2$ qu'il nous faudra trouver. De plus, le CMSSM n'est pas forcément le modèle le plus réaliste. Cependant, c'est un des modèles les plus simples pour étudier la physique au-delà du MS mesurable dans les collisionneurs à venir.

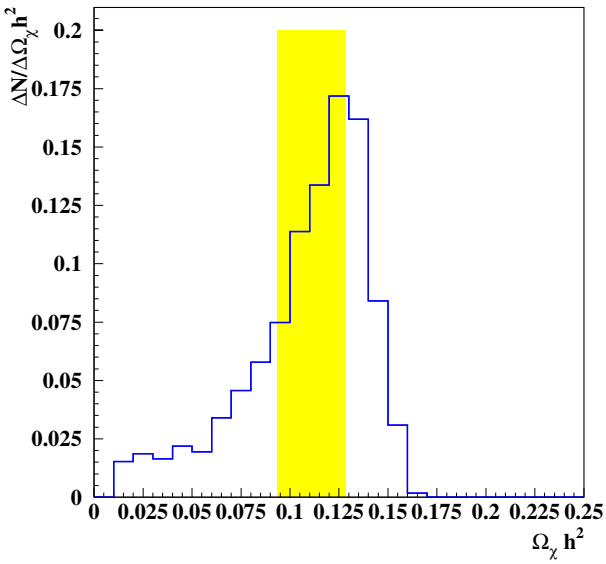

FIG. 2.8 – *Précision estimée à laquelle la densité $\Omega_{LSP}h^2$ (ici notée $\Omega_\chi h^2$) peut être prédite grâce aux résultats du LHC dans le cas du benchmark "B". [14]*

2.6 Conclusions

La supersymétrie est pour l'instant hypothétique. Seulement, beaucoup d'arguments sont en faveur de son existence. Ces arguments sont essentiellement théoriques mais la

14. A_0 n'a de toute façon que peu d'impact sur $\Omega_{LSP}h^2$.

supersymétrie est aussi suggérée expérimentalement. D'un côté elle résout le problème de la hiérarchie des échelles, et est essentielle pour les théories des cordes. De l'autre, la supersymétrie ajoutée au MS réalise à partir des données du LEP l'unification des couplages de jauge à haute énergie. Elle favorise aussi un boson de Higgs léger qui est préféré expérimentalement. De plus, sa phénoménologie est très riche : elle introduit une foule de nouvelles particules avec lesquelles de nouvelles interactions sont possibles. Elle contribue aux processus rares violant la saveur leptonique et la symétrie CP. Le concept de R-parité induit aussi une riche phénoménologie comme par exemple une candidate pour la matière noire (la LSP). Tout ceci l'a rendue extrèmement populaire. Les considérations de stabilité de la masse du Higgs envers les corrections radiatives suggèrent des masses de l'ordre du TeV pour les spartenaires. Ainsi, elle est très attendue au LHC !

La supersymétrie séduit car elle permet d'unifier les bosons et les fermions. C'est aussi la dernière symétrie de l'espace-temps à 4D à ne pas être (encore) observée dans la nature, et elle peut inclure naturellement la gravitation (théories de supergravité, voir chapite 4). Cependant, il est vrai qu'elle introduit beaucoup de nouvelles particules, dont des scalaires et ceux-ci n'ont encore pas été observés dans la nature. De plus, la supersymétrie seule n'explique pas tout : les masses, et la physique des saveurs d'une manière générale, ne sont pas expliquées. Peut être faudrait-il ajouter une Grande Unification, des dimensions supplémentaires ? Il reste encore beaucoup de choses à étudier dans la supersymétrie, et notament sa brisure. Expérimentalement aussi, la découverte de la supersymétrie, du modèle (MSSM, NMSSM,...) et de tous ses paramètres est un défi pour les années à venir. Dans quelques années nous serons enfin capable de tester l'idée de la R-parité, de la LSP, nous pourrons voir les connexions entre la supersymétrie et la cosmologie mais surtout nous devrions enfin connaître le mécanisme et l'origine de la brisure électrofaible.

Chapitre 3

Physique des neutrinos *et al.*

Nous avons déjà discuté des neutrinos et de leur impact sur le Modèle Standard. La physique des neutrinos est riche et les conséquences du mélange des neutrinos sont nombreuses. Ce chapitre aborde donc des sujets très divers mais tous liés : les oscillations de neutrinos, la violation de CP leptonique, la violation des nombres leptoniques, la leptogenèse et l'inflation cosmologique. Nous verrons ainsi l'importance des spécificités du secteur des neutrinos sur la physique des particules et la cosmologie.

3.1 Les Masses et oscillations des neutrinos

3.1.1 L'échelle de masse des neutrinos

Dans le Modèle Standard, nous connaissons maintenant plus ou moins précisemment les masses de tous les quarks, de tous les leptons chargés mais pas du tout celles des neutrinos. A vrai dire, on a même longtemps cru qu'ils n'avaient pas de masse. De plus, jusqu'à présent nous n'avons que des limites supérieures sur les masses des 3 neutrinos. De la désintégration β du Tritium nous savons que [19] :

$$m_{\nu_e} \leq 2.5 \text{ eV}. \tag{3.1}$$

L'expérience KATRIN devrait pouvoir sonder des masses de l'ordre de 0.5 eV. Ensuite, des mesures de la désintégration $\pi \to \nu\mu$, nous avons :

$$m_{\nu_\mu} \leq 190 \text{ KeV} \tag{3.2}$$

et il y a des projets pour baisser cette limite d'un facteur ~ 20. Finalement, des mesures de $\tau \to n\pi\nu$, nous avons :

$$m_{\nu_\mu} \leq 18.2 \text{ MeV} \tag{3.3}$$

qui devrait dans le futur être améliorée jusqu'à $\sim$5 MeV. Les masses des neutrinos sont donc plus faibles que celles de la plupart des fermions du MS. Mais les limites astrophysiques sont beaucoup plus contraignantes que ces limites obtenues en laboratoire. Les données extraites de l'observation des structures à grande échelle dans l'univers (galaxies, amas de galaxies,...) peuvent être utilisées pour obtenir une limite supérieure de 1.8 eV sur la somme des masses des neutrinos. Cette limite a été récemment améliorée par WMAP en :

$$\sum_i m_{\nu_i} < 0.7 \text{ eV}. \tag{3.4}$$

Dans le cas où la limite est saturée et où les neutrinos sont dégénérés en masse, celà donne une masse individuelle d'environ 0.23 eV, 2000 fois plus petite que celle de l'électron ! Même si l'extraction de la masse des neutrinos à partir d'observations astronomiques dépend du modèle et de notre connaissance actuelle de la cosmologie, cette limite est robuste.

Une autre manière intéressante d'obtenir des limites sur les masses des neutrinos vient de la recherche de la désintégration double-β sans neutrinos ($\beta\beta_{0\nu}$). Sa mesure contraint la somme des masses de Majorana des neutrinos gauches, pondérées par leurs couplages à l'électron :

$$< m_\nu >_{ee} = |\sum_i m_{\nu_i} U_{ei}^2| \leq 0.35 \text{ eV} \tag{3.5}$$

Les futures expériences ont l'intention d'améliorer cette limite jusqu'à ~ 0.01 eV.

Sur la figure (3.1) nous pouvons voir la corrélation entre $\Omega_\nu h^2$ et $< m_\nu >_{ee}$, les données des oscillations et de WMAP permettent aussi de contraindre la somme des masses de Majorana des neutrinos gauches. On a $0.001 \lesssim \Omega_\nu h^2 \lesssim 0.07$ donc on s'attend d'après la figure à avoir à peu près $0.01 \text{ eV} \lesssim m_{ee} \lesssim 1$ eV.

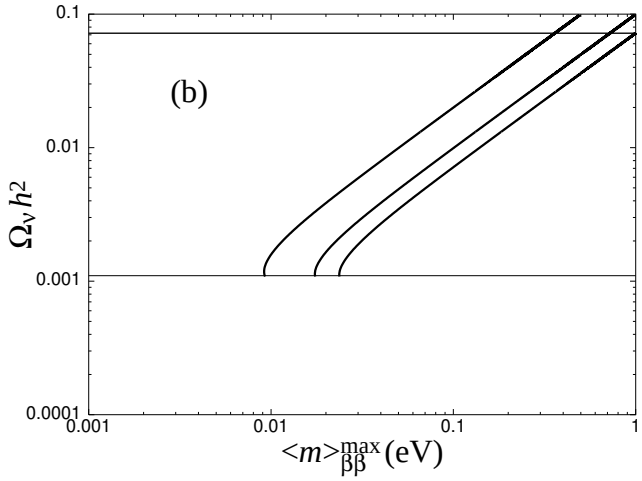

FIG. 3.1 – *Corrélation entre $\Omega_\nu h^2$ et $< m_\nu >_{ee}$ en prenant en compte l'intervalle permis par les oscillations de neutrinos. [18]*

3.1.2 Les oscillations des neutrinos

La Matrice MNS

Nous avons évoqué au chapitre 1 le phénomène des oscillations entre les saveurs de neutrinos. Celui-ci vient de la différence entre les états propres de masses de ceux de saveurs. Il existe une matrice unitaire qui relie ces deux types d'états, la matrice MNS,

telle que :

$$|\nu_\alpha >= \sum_{i=1,2,3} \mathcal{U}_{(MNS)\,\alpha\, i}\, |\nu_i > . \tag{3.6}$$

$\mathcal{U}_{(MNS)}$ est la matrice de rotation dans l'espace des saveurs α (voir figure (3.2)) et peut se paramétriser en fonction de 3 angles et 3 phases :

$$\mathcal{U} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & c_{23} & s_{23} \\ 0 & -s_{23} & c_{23} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_{13} & 0 & s_{13}e^{-i\delta} \\ 0 & 1 & 0 \\ -s_{13}e^{-i\delta} & 0 & c_{13} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_{12} & s_{12} & 0 \\ -s_{12} & c_{12} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e^{-i\phi_1} & 0 & 0 \\ 0 & e^{-i\phi_2} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \tag{3.7}$$

où $c_{ij} = \cos\theta_{ij}$ et $s_{ij} = \sin\theta_{ij}$.

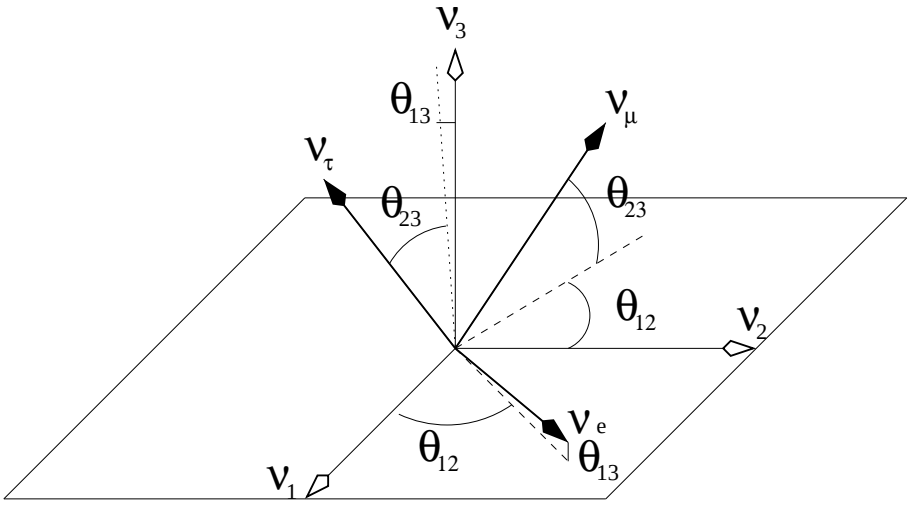

FIG. 3.2 – *Relation entre les états de saveurs ν_e, ν_μ, ν_τ et les états propres de masse ν_1, ν_2, ν_3 en fonction des 3 angles d'Euler θ_{12}, θ_{23}, θ_{13}.*

La première matrice est mesurable par les expériences sur les neutrinos atmosphériques[1] comme par exemple SuperKamiokande (SK). L'angle de mélange de ce secteur est à peu près maximal, $\theta_{23} \sim 45^0$ et $\Delta m^2_{23} \simeq 2 \times 10^{-3}$ eV^2 [1].

La seconde matrice est encore inconnue expérimentalement. Elle est accessible depuis les expériences basées sur la production de neutrinos par des réacteurs nucléaires et par des accélérateurs. Jusqu'à présent, les expériences comme Chooz n'ont établi que des limites supérieures sur θ_{13} et il n'y aucune information sur la phase δ de violation de CP (CPV). $\theta_{13} \lesssim 15^0$ [1].

La troisième matrice est celle du secteur des neutrinos solaires[2]. Les valeurs favorisées par SK et SNO sont $\theta_{12} \sim 32^0$ et $\Delta m^2_{12} \simeq 7 \times 10^{-5}$ eV^2 [1].

Enfin, la dernière matrice contient les 2 phases de Majorana possibles si les neutrinos gauches sont de type Majorana (c'est-à-dire égaux aux antineutrinos). Elles sont, en principe, observables dans les expériences sur la désintégration $\beta\beta_{0\nu}$ mais pas dans les oscillations de neutrinos. D'autres quantités observables peuvent être sensibles indirectement à ces phases, nous en discuterons un peu plus tard.

1. C'est-à-dire des neutrinos ν_μ produits dans l'atmospère terrestre par les rayons cosmiques puis détectés sur terre.

2. Ils sont appelés ainsi car ces neutrinos sont produits dans les réactions nucléaires du coeur du Soleil et nous parviennent sur Terre.

Si, pour avoir une idée de se qui se passe physiquement, nous prenons le cas simple à 2 saveurs, le calcul de la propagation de ces neutrinos dans le vide et de la probabilité de transition donnent :

$$P(\nu_\alpha \to \nu_\beta) = \sin^2 2\theta \sin^2(1.27\Delta m^2 L/E). \tag{3.8}$$

A des longueurs différentes (ou des temps différents), les probabilités d'observer un neutrino de saveur β sont différentes. La probabilité oscille en fonction de $\Delta m^2_{ij} = m^2_i - m^2_j$ et de l'angle de mélange θ entre les 2 saveurs (à L/E fixé). Les expériences basées sur les oscillations entre saveurs des neutrinos n'ont donc accés qu'aux différences de masses-carrées ainsi qu'aux angles de mélanges de la matrice MNS (et à la phase δ).

Les résultats expérimentaux et le bilan

Avant SK et KamLAND, seuls des déficits dans les flux de neutrinos venant des sources astrophysiques avaient été observés. Mais depuis, des oscillations ont été vues dans les graphes. De plus, deux types d'expériences, SK/SNO et KamLAND, ont démontré que les neutrinos solaires se comportent de la même façon que les neutrinos issus des réacteurs, et SK et K2K ont démontré que les neutrinos atmosphériques se comportent de la même façon que les neutrinos issus d'un accélérateur. Même si le signal n'est pas suffisamment clair pour parler de découverte ou de confirmation des oscillations de neutrinos, les autres explications qui prédisent des déficits mais pas d'oscillations sont à plus de $\sim 3\sigma$ du meilleur ajustement. L'hypothèse des oscillations semble donc très solide et vraisemblable. Les expériences MINOS et OPERA devraient faire beaucoup mieux et dans peu de temps nous pourrons avoir une confirmation nette des oscillations.

A l'heure actuelle, nous pouvons dire être arrivé au "consensus" suivant sur notre connaissance des neutrinos :

- il y a 3 neutrinos légers,
- leurs masses propres sont rangées dans l'ordre hiérarchique (cf figure (3.3)),
- le mélange est presque bimaximal :

$$\mathcal{U}_{(MNS)} \simeq \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} & 0 \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & -\frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} \tag{3.9}$$

- les phases δ, $\phi_{1,2}$ sont complètement inconnues,
- la nature de Dirac ou de Majorana des neutrinos est aussi inconnue,
- les moments dipolaires des neutrinos sont sans doute faibles,
- les temps de vie des neutrinos sont sans doute longs.

Cependant, nous pouvons nous poser la question de l'existence d'autres neutrinos légers mais stériles[3] (sans interactions faibles), ce qui est à confirmer par l'expérience MiniBoone. Les neutrinos peuvent aussi avoir une hiérarchie inversée, rien n'est encore sûr de ce côté. De plus, du côté des angles de la matrice MNS, il reste à connaître θ_{13}. J-PARC, Double-Chooz et d'autres projets utilisant des réacteurs nucléaires devraient dans un futur proche pouvoir diminuer la limite actuelle. Ensuite, l'angle "solaire" θ_{12} n'est pas vraiment maximal, il reste à savoir pourquoi. Finalement, la violation de CP dans le secteur leptonique reste à déterminer.

3. L'expérience LSND aurait vu un troisième Δm^2 complètement différent des deux autres, ce qui s'expliquerait par l'existence d'au moins un autre neutrino qui n'aurait pas été détecté avant.

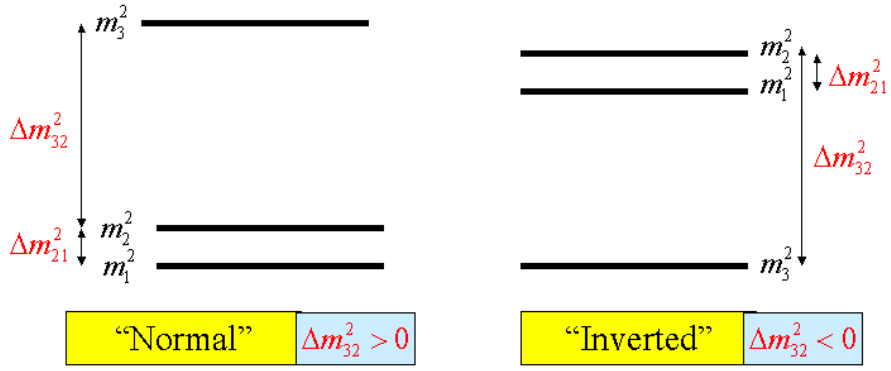

FIG. 3.3 – *Hiérarchies possibles entre les 3 masses propres m_1, m_2, m_3 compatibles avec les 2 Δm_{ij}^2 mesurés.*

La violation de CP leptonique

Avant de passer aux masses des neutrinos, nous allons encore dire quelques mots sur la violation de CP leptonique. Pour pouvoir déterminer expérimentalement l'angle δ, il est possible d'utiliser l'observable suivante :

$$\mathcal{P}(\nu_e \to \nu_\mu) - \mathcal{P}(\bar{\nu}_e \to \bar{\nu}_\mu) = 16 s_{12} c_{12} s_{13} c_{12}^2 s_{23} c_{23} \sin\delta \times \sin\left(\frac{\Delta m_{12}^2}{4E} L\right) \sin\left(\frac{\Delta m_{13}^2}{4E} L\right) \sin\left(\frac{\Delta m_{23}^2}{4E} L\right) \quad (3.10)$$

c'est-à-dire la différence entre les probabilités d'oscillations de $\nu_e \to \nu_\mu$ et $\bar{\nu}_e \to \bar{\nu}_\mu$. Mais l'extraction de $\sin\delta$ ne sera possible que si θ_{13} est suffisamment grand. Si θ_{13} est vraiment faible, l'extraction de $\sin\delta$ risque d'être très difficile à obtenir et la violation de CP à établir. En revanche, la connaissance de δ pourra entre autres nous donner des indications indirectes pour la leptogenèse, un des possibles mécanismes responsables de l'asymétrie baryonique[4]. En général, le maximum de l'asymétrie (3.10) est à quelques centaines ou milliers de kilomètres de la source, ce qui nécessite de très longue installations ("Long baseline"). De plus, pour obtenir une mesure claire et sans ambigüités possibles dans l'interprétation des résultats, il faudra combiner les informations pour différentes distances comme nous le montre la figure (3.4).

Avec quels types d'expériences pouvons nous obtenir les mesures de θ_{13} et δ ? Entre autre, et sans rentrer dans les détails, avec des *usines à neutrinos* mais aussi avec des *beta-beams* (faisceaux béta). Le premier projet est basé sur le stockage de muons qui se désintègrent en ν_μ et $\bar{\nu}_e$. Dans le second, les faisceaux de neutrinos ou d'anti-neutrinos sont créés par un stockage de noyaux instables qui se désintègrent en créant un neutrino ou anti-neutrino dans l'état final. Par exemple, $^6He : n \to p\, e^-\, \bar{\nu}_e$ et $^{18}Ne : p \to n\, e^+\, \nu_e$. Dans ce cas, le faisceau créé est très pur. Une simulation des limites possibles sur Δm_{12}^2 et δ en fonction de θ_{13} est donnée dans la figure (3.5). En particulier, l'angle θ_{13} pourra être mesuré si $\sin^2\theta_{13} \gtrsim 10^{-4}$.

4. C'est-à-dire le fait que le nombre de baryons soit si grand devant celui des antibaryons, *cf* la fin du chapitre.

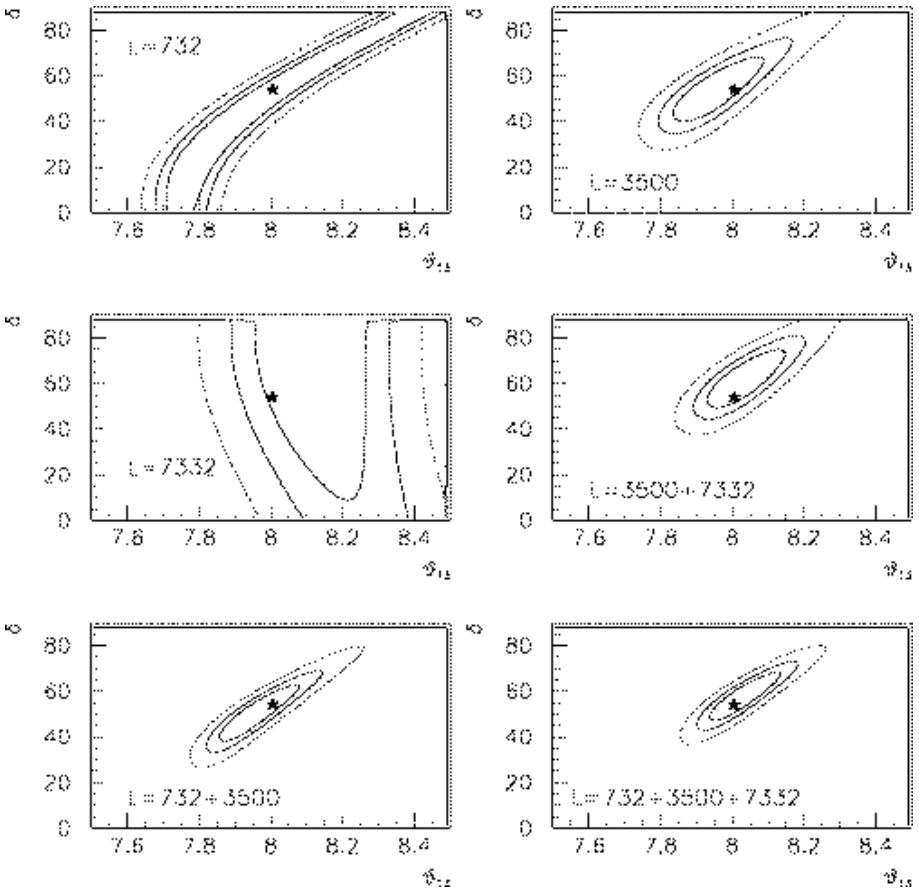

FIG. 3.4 – *Ajustements combinés de θ_{13} et δ en utilisant les informations de différentes installations situées à différentes distances de la source. [20]*

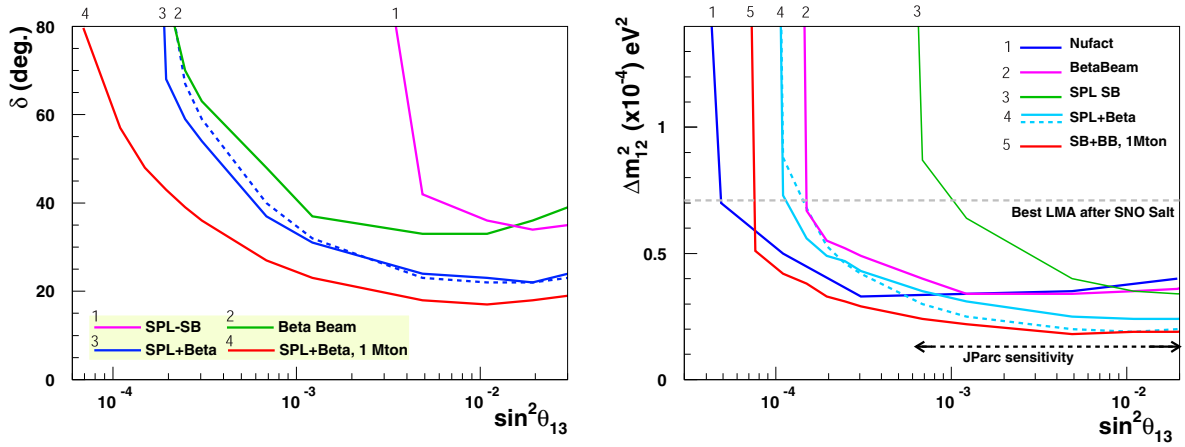

FIG. 3.5 – *Simulation des limites expérimentales possibles sur θ_{13} et δ, selon différents projets. [21]*

3.1.3 Les masses des neutrinos

Au-delà du Modèle Standard

Les neutrinos ont une masse, mais dans le cadre strict du MS ceci n'est pas possible. Cependant, puisque le MS n'est qu'une description effective à basse énergie de la physique, nous pouvons tout à fait ajouter les termes non-renormalisables qui génèrent des masses aux neutrinos, sans même ajouter d'autres champs. Par exemple, un terme non-renormalisable de la forme[5] :

$$\mathcal{L} \supset \frac{1}{M} \nu H . \bar{\nu} \bar{H} \tag{3.11}$$

où M est une échelle d'énergie caractéristique de la nouvelle physique responsable de ce terme. Ce terme, à la brisure électrofaible, va générer un terme de masse aux neutrinos :

$$\sim \underbrace{\frac{\langle 0|H|0\rangle^2}{M}}_{m_\nu} \nu . \bar{\nu} \tag{3.12}$$

Or, une nouvelle interaction comme (3.11) semble non naturelle et peu fondamentale, il faut comprendre l'origine du terme et celle de l'échelle de masse M.

Numériquement, en prenant $m_\nu \sim \sqrt{\Delta m^2_{23}} \sim 5.10^{-2}$ eV et $\langle 0|H|0\rangle \sim 200$ GeV, nous trouvons que $M \sim 10^{15}$ GeV. L'échelle de masse de la physique qui fourni le terme effectif (3.11) est donc très haute, comparable à l'échelle de Grande-Unification.

Le mécanisme de Seesaw

Pour expliquer la masse faible des neutrinos à partir d'une haute échelle de masse, nous pouvons utiliser le *mécanisme de Seesaw* (mécanisme de la balançoire). C'est un mécanisme minimal, c'est-à-dire sans nouvelles interactions de jauge, renormalisable, et qui requiert seulement l'introduction de neutrinos lourds singulets de l'interaction faible, donc droits. Ils sont notés N_i. Ces nouveaux neutrinos droits vont pouvoir se coupler avec les neutrinos gauches *via* un couplage de Yukawa et conduire à un terme de masse de Dirac à la brisure électrofaible. Cette masse de Dirac M_D, puisque intimement liée à la brisure électrofaible, est donc naturellement de l'ordre de m_W. De plus, les neutrinos droits peuvent eux-même former un terme de masse de Majorana, de masse M qui peut être beaucoup plus élevée que m_W. Par exemple, elle peut être de l'ordre de l'échelle de la Grande Unification, $M \sim \mathcal{O}(M_{GUT})$. En effet, ce terme de masse n'a rien à voir avec la brisure électrofaible donc ne nécessite pas d'y être relié. Si nous combinons ces deux types de masse, nous obtenons la matrice de masse dite de Seesaw :

$$(\nu_L,\, N) \underbrace{\begin{pmatrix} 0 & M_D \\ M_D^{\mathrm{T}} & M \end{pmatrix}}_{M_{seesaw}} \begin{pmatrix} \nu_L \\ N \end{pmatrix}, \tag{3.13}$$

ce qui nous donne, en diagonalisant, la matrice de masse effective des neutrinos gauches :

$$\mathcal{M}_\nu = M_D \frac{1}{M} M_D^{\mathrm{T}} << M_{q,l}, \tag{3.14}$$

5. C'est le terme non-renormalisable le plus simple. Il en existe bien sûr d'autres mais ils font intervenir des puissances de $1/M$ plus grandes et des opérateurs plus complexes.

où M_D et M sont des matrices 3×3 dans l'espace des saveurs.

Afin de retrouver avec 3 masses de neutrinos non-nulles les 2 différences de masses-carrées observées, nous avons besoin d'introduire au moins 3 neutrinos droits N_i. Même si dans ce modèle nous n'avons pas besoin d'une Grande Unification, 3 neutrinos droits apparaissent naturellement dans certains modèles ($SO(10)$ en particulier). En résumé, nous avons donc des masses effectives de neutrinos gauches faibles et inversement proportionnelles aux masses de neutrinos singulets lourds. Le terme (3.11) s'obtient par échange de ces neutrinos lourds.

Il existe d'autres mécanismes de Seesaw, non-minimaux, dans lesquels sont ajoutés des champs supplémentaires. Le mécanisme précédent est souvent appelé le *mécanisme de Seesaw de type I* et n'est pas la seule possibilité d'obtenir un terme effectif à basse énergie comme (3.11). Dans le *mécanisme de Seesaw de type II*, on ajoute des Higgs lourds triplets de $SU(2)_L$ qui sont échangés. Dans le *double Seesaw*, ce sont d'autres singulets de neutrinos (en plus des 3 du mécanisme type I) qu'on ajoute, mais qui ne se couplent pas aux neutrinos gauches. Le mécanisme se produit grâce au couplage avec les neutrinos droits. Ces mécanismes sont un peu complexes mais reposent cependant sur le même principe. Nous continuerons donc l'exposé dans le cadre du modèle seesaw de type I.

Les alternatives

Le mécanisme de Seesaw n'est pas le seul à pouvoir fournir des masses très faibles aux neutrinos, il existe d'autres alternatives, par exemple dans le cas d'une théorie supersymétrique avec violation de la R-parité. En effet, comme le nombre leptonique n'est pas conservé, il n'est pas étonnant que la supersymétrie sans R-parité puisse apporter une explication aux masses et mélanges des neutrinos. Il y a plusieurs sources possibles aux masses des neutrinos. Au niveau de l'arbre nous pouvons avoir un terme de masse de la forme :

$$(M_\nu)_{ij} = \frac{\mu_i \mu_j}{m_{SUSY}} \tag{3.15}$$

où μ_i est le couplage bilinéaire entre les champs leptoniques et le champ de Higgs de type "up".

Au niveau d'une boucle il y a beaucoup de possibilités, par exemple une boucle de slepton-lepton qui donnerait :

$$(M_\nu)_{ij} = \frac{1}{8\pi^2} \lambda_{ink} \lambda_{jkn} \frac{m_{l_n} m_{l_k}}{m_{SUSY}}, \tag{3.16}$$

ou bien une boucle de quark-squark, ou encore une boucle de sneutrino-neutralino. L'importance relative de ces contributions dépend du modèle. Nous pouvons facilement établir une hiérarchie entre les masses, par exemple en générant une masse à l'arbre grâce au terme (3.15) et les deux autres par des termes du genre (3.16). Nous n'irons cependant pas plus loin car c'est le mécanisme de Seesaw qui sera utilisé par la suite.

3.2 Au-delà : la violation des nombres leptoniques

3.2.1 Les nombres leptoniques

Les oscillations entre saveurs de neutrinos remettent en cause la conservation de la saveur leptonique qui est accidentelle dans le MS. Cela n'est pas si choquant car après tout, pourquoi n'y aurait-il pas de violations du/des nombre(s) leptonique(s) ?

Expérimentalement, c'est vrai, aucune violation la saveur leptonique (LFV) n'a été observée chez les leptons chargés. Par exemple les taux de branchements de $\mu \longrightarrow e, \gamma$ et $\tau \longrightarrow \mu, \gamma$ sont respectivement inférieurs à 1.2×10^{-12} et 1.1×10^{-6} [1].

Mais théoriquement, il n'y a pas de raison vraiment forte pour justifier la conservation de L, le nombre leptonique total, ou L_e, L_μ et L_τ, les nombres leptoniques individuels. En physique des particules, les seuls nombres quantiques conservés sont associés à des symétries de jauge exactes. De plus, les particules de masses nulles sont aussi associées à de telles symétries[6]. Pourtant, il n'y a pas de symétrie de jauge exacte associée au(x) nombre(s) leptonique(s). Chez les neutrinos, les oscillations entre les différentes saveurs montrent bien que les nombres leptoniques individuels ne se conservent pas et que les neutrinos ont des masses non-nulles. Au-delà du Modèle Standard en général et dans les modèles supersymétriques en particulier, nous nous attendons à trouver des LFV dans certains processus[7]. Dans cette section, nous discuterons du lien étroit entre le secteur des neutrinos et la LFV.

3.2.2 Au-delà du mécanisme de Seesaw

Le comptage des paramètres

Dans le mécanisme de Seesaw minimal, le lagrangien du secteur des neutrinos contient :

$$-\mathcal{L}_\nu \supset \underbrace{(Y_\nu)_{ij}\, H \bar{N}_i \begin{pmatrix} \nu \\ L \end{pmatrix}_j}_{\text{“masse de Dirac” / couplage de Yukawa}} + \underbrace{\frac{1}{2}\bar{N}_i \mathcal{M}_{ij} \bar{N}_j}_{\text{“masse de Majorana”}} \tag{3.17}$$

Le mécanisme de Seesaw minimal implique 18 paramètres physiques. D'un coté les 9 paramètres observables à basse énergie : les 3 masses legères, les 3 angles de mélange et les 3 phases violant CP de la matrice de masse effective à basse énergie (4 de ces paramètres sont déjà connus expérimentalement, Δm^2_{12}, Δm^2_{23}, θ_{12}, θ_{23}). D'un autre côté, la matrice de masse des neutrinos singulets lourds a aussi 9 degrés de liberté, incluant *a priori* 3 masses lourdes, 3 angles réels et 3 phases CPV. Ceci nous fait un total de 6 phases : la phase de Dirac δ, les 2 phases $\phi_{1,2}$ qui affectent la double désintégration beta sans neutrinos, et 3 phases "lourdes" qui contrôlent la leptogenèse. Comment pouvons-nous avoir accès à ces 18 paramètres ? Les oscillations de neutrinos n'étant pas suffisantes, quelles sont alors les autres observables que nous pouvons étudier pour déterminer tous les paramètres ?

6. La masse nulle du photon est associée à la symétrie de jauge $U(1)$ de l'électromagnétisme, et celles des gluons à la symétrie de jauge de couleur $SU(3)_C$ de QCD.

7. La question de la conservation/violation du nombre leptonique total, $L_e + L_\mu + L_\tau$, reste cependant ouverte...

La paramétrisation

A haute énergie, le mécanisme de Seesaw se paramétrise par (Y_ν) la matrice de couplage de Yukawa des neutrinos droits aux neutrinos gauches (ou par la matrice de masse de Dirac M_D) et par (M_N) la matrice de masse de Majorana des neutrinos singulets lourds. A basse énergie, nous avons accès à la matrice de masse effective $\mathcal{M}_\nu$ qui est reliée à (Y_ν) et (M_N) par l'équation (3.14). Les 9 paramètres additionnels nécessaires pour paramétriser complètement le mécanisme de Seesaw peuvent former une matrice 3×3 hermitienne $\mathcal{H}$. Nous avons alors schématiquement :

$$\underbrace{(Y_\nu, M_N)}_{hautes\ energies} \longrightarrow \underbrace{(\mathcal{M}_\nu, \mathcal{H})}_{basses\ energies} . \tag{3.18}$$

Reste à savoir comment obtenir des informations sur $\mathcal{H}$ à partir de mesures d'observables à basses énergies et comment relier $\mathcal{H}$ à (Y_ν) et (M_N).

Il se trouve que dans le modèle supersymétrique seesaw minimal, les processus violant le nombre leptonique permettent justement l'étude indirecte des paramètres du secteur des neutrinos car ils donnent accès à cette matrice $\mathcal{H}$.

3.2.3 Les processus violant la saveur leptonique

Dans un scénario seesaw minimal et supersymétrique, certains processus qui violent la saveur leptonique peuvent être induits par l'interaction de Yukawa $(Y_\nu)_{ij} H_u \bar{N}_i L_j$. En effet, si la supersymétrie se brise à des énergies plus grandes que l'échelle de masse des neutrinos lourds, des termes non-diagonaux des matrices de masse des sleptons permettant la violation de L et de CP seront induites radiativement grâce aux couplages de Yukawa des neutrinos légers, et ceci même si les paramètres d'origine de la brisure sont indépendants de la saveur[8]. C'est la renormalisation de la masse "douce" des sleptons qui va créer le mélange des saveurs. A l'ordre d'une boucle et quand $M_{GUT} >> M_{N_k}$, la renormalisation des paramètres de brisure de supersymétrie à basse énergie se trouve être proportionnelle à :

$$\sum_k (Y_\nu^*)_{ki} (Y_\nu)_{kj} \ln\left(\frac{M_{GUT}}{M_{N_k}}\right), \tag{3.19}$$

où M_{GUT} est l'échelle où on impose les conditions initiales sur les paramètres de brisure de supersymétrie (universalité des masses scalaires à M_{GUT} ...). Les M_{N_k} sont les masses de neutrinos lourds. Or (3.19) peut exactement jouer le rôle de la matrice $\mathcal{H}$ [22]. En particulier, nous avons les renormalisations suivantes :

$$\begin{aligned} (\delta m_{\tilde{L}}^2)_{ij} &\simeq -\frac{1}{8\pi^2}(3m_0^2 + A_0^2)\mathcal{H}_{ij}, \\ (\delta A_l)_{ij} &\simeq -\frac{1}{8\pi^2} A_0 Y_{l_i} \mathcal{H}_{ij}, \end{aligned} \tag{3.20}$$

8. Si on suppose que les termes softs sont réels et universels à l'échelle de l'unification, comme suggéré par l'absence de grandes contributions supersymétriques aux processus LFV et CPV, les violations de CP et des nombres leptoniques dans le secteur des sleptons sont entièrement induites par les effets de renormalisation des paramètres de couplage des neutrinos.

Dans ce cas, la seule combinaison des angles et des phases qui viole CP, analogue à l'invariant de Jarlskog dans le MS[9] est:

$$J_{\tilde{L}} = \mathrm{Im}[(m^2_{\tilde{L}})_{12}(m^2_{\tilde{L}})_{23}(m^2_{\tilde{L}})_{31}] \tag{3.21}$$

et elle ne dépend que d'une seule phase.
Remarque : si, à M_{GUT}, les valeurs initiales des paramètres de brisure douce ne sont pas indépendantes de la saveur, il y aura des sources additionnelles aux processus changeant la saveur en dehors de celles discutées ici. Seconde remarque, si les neutrinos lourds ne sont pas dégénérés, il y a d'autres contributions à $J_{\tilde{L}}$ qui dépendront alors de 3 phases [23].

Tout ceci peut conduire à des taux de branchements observables pour les processus LFV comme $\mu \to e\gamma$, $\tau \to e\gamma$, $\tau \to \mu\gamma$, la conversion $\mu - e$ dans les noyaux, $\mu \to 3e$ et $\tau \to 3l$. En général, comme (Y_ν) est complexe, elle conduit à une violation de CP dans les oscillations de neutrinos, dans les processus rares LFV ainsi que dans les moments dipolaires électriques. Cette violation de CP leptonique est primordiale pour que l'asymétrie baryonique observée dans l'Univers ait une origine dans la leptogenèse. Nous allons voir des exemples numériques de tous ces cas.

La LFV chez les leptons chargés

Nous supposons dans les exemples numériques suivants que les seules sources de LFV et CPV sont dûes aux interactions avec les neutrinos singulets lourds. Si nous calculons cette désintégration dans le modèle seesaw supersymétrique et minimal, (avec un choix particulier des paramètres des neutrinos) et pour une grande partie de l'espace des paramètres supersymétriques, la prédiction est au-dessus de la limite expérimentale. Mais quand la prédiction du taux de branchement est minimale (*i.e.* $m_0 \simeq 300$ GeV, figure (3.6); $\phi_2 \simeq 2.1$, figure (3.7)) l'asymétrie $\mathcal{A}_T$ de $\mu \to 3e$ qui viole T (donc de façon équivalente CP) est maximale (elle peut être de 10% environ) : il y a anti-corrélation entre $\mathcal{A}_T$ et $Br(\mu \to e\,\gamma)$. Le taux de branchement $\mu \to 3e$ est donc dans ce cas comparable à celui de $\mu \to e\,\gamma$. Ceci est en fait dû à des annulations possibles dans les différents diagrammes pingouins photoniques. Ce résultat est commun à d'autres choix sur les paramètres des neutrinos, nous n'entrerons donc pas dans les détails. Ainsi, il est en principe possible de mesurer expérimentalement la violation de CP dans le secteur des leptons chargés avec la désintégration $\mu \to 3e$.

La violation de la saveur leptonique peut aussi se voir dans les désintégrations de taus, par exemple $\tau \to l\,\gamma$ ou $\tau \to 3l$. Mais pour $\tau \to \mu\,\gamma$ et $\tau \to e\,\gamma$, il n'y a pas de telles annulations dans la région de paramètres considérée dans les figures (3.8). Dans ce scénario, la plupart des points se situent un peu en dessous des limites expérimentales actuelles et donc les taux de branchements pourraient, en principe, avoir des chances d'être observables au LHC ou à Babar et Belle.

Les moments dipolaires électriques leptoniques

Les violations de CP et des saveurs leptoniques ont aussi un impact sur les moments dipolaires électriques (EDM) des leptons. Ceux-ci dépendent en principe de phases qui apparaissent aussi dans la leptogenèse. Les valeurs numériques de ces EDM sont augmentés

9. Il traduit l'amplitude de la violation de CP dans le secteur des quarks.

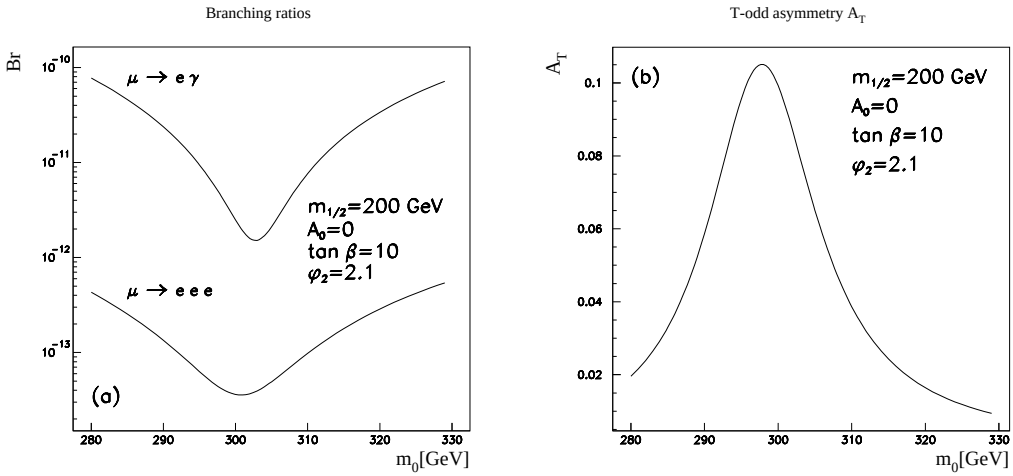

FIG. 3.6 – *(a) Taux de branchement de $\mu^+ \to e^+\gamma$ et $\mu \to e^+e^+e^-$ et (b) asymétrie de $\mu \to e^+e^+e^-$ qui viole T, en fonction de m_0 la masse "douce" commune des scalaires et pour un certain choix des paramètres de neutrinos. [23]*

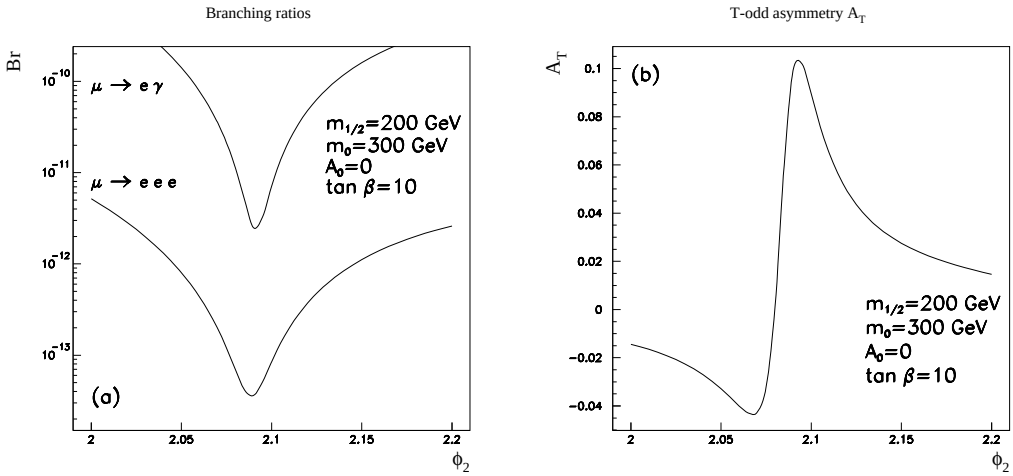

FIG. 3.7 – *(a) Taux de branchement de $\mu^+ \to e^+\gamma$ et $\mu \to e^+e^+e^-$ et (b) asymétrie de $\mu \to e^+e^+e^-$ qui viole T, en fonction de la phase de la phase de Majorana ϕ_2 et pour un certain choix des paramètres de neutrinos. [23]*

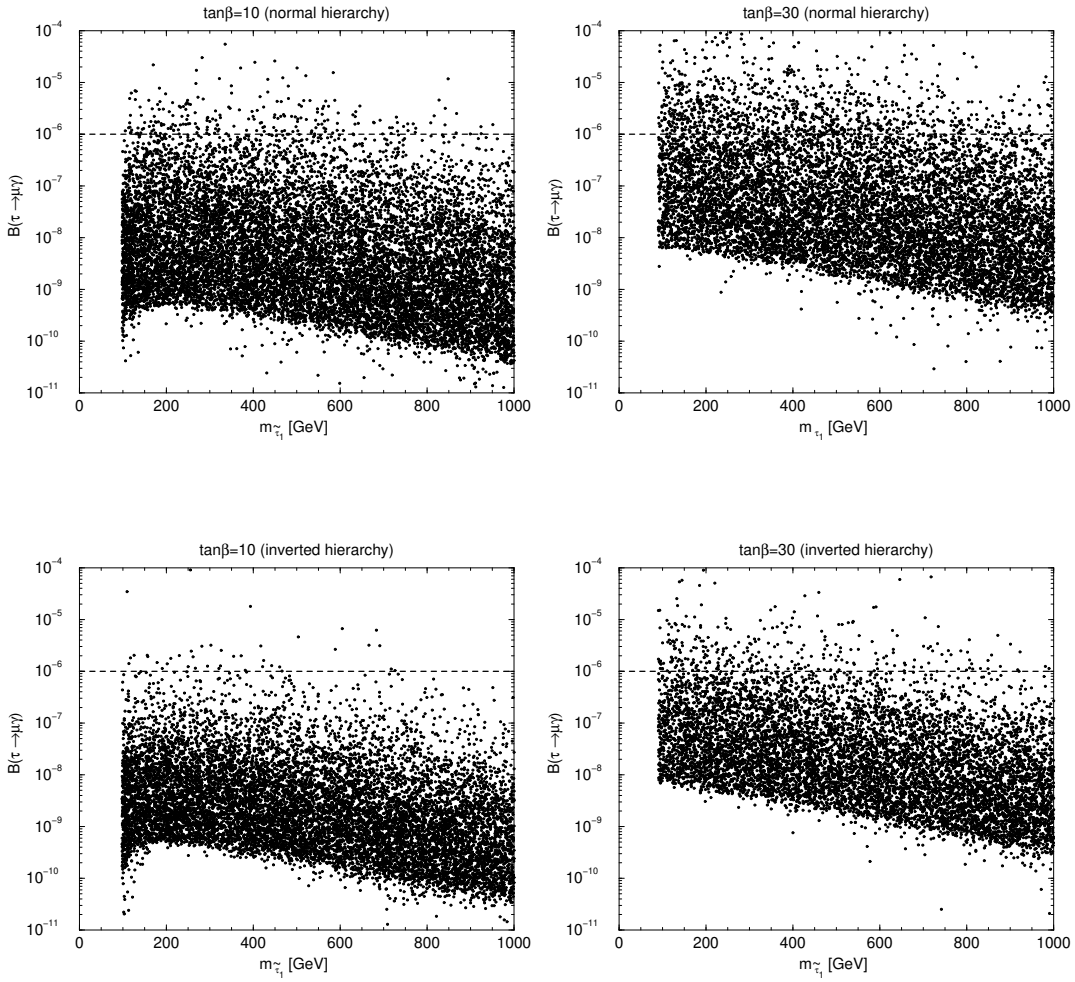

FIG. 3.8 – *Taux de branchement de* $\tau \to \mu\,\gamma$ *en fonction de la masse du stau le plus léger, pour un certain choix des paramètres de neutrinos (angles de mélange). Les quatres graphes correspondent à différents choix de* $\tan\beta$ *et de hiérarchie entre les masses des neutrinos légers. [22]*

de plusieurs ordres de grandeur quand les neutrinos lourds sont non-dégénérés. Or dans la plupart des modèles de masse des neutrinos phénologiquement viables, les neutrinos lourds ne sont pas dégénérés.

L'EDM d'un lepton l est défini comme étant le coefficient d_l de l'interaction suivante :

$$\mathcal{L} = -\frac{i}{2} d_l \bar{l} \sigma_{\mu\nu} \gamma_5 l F^{\mu\nu}. \tag{3.22}$$

Dans le MSSM, d_l reçoit des contributions des boucles de neutralinos et de charginos et dépend fortement de A_0. Les contributions dominantes à d_e et d_μ sont dues aux termes suivants[10] de la renormalisation des termes de brisure douce:

$$\begin{aligned}
(\delta m^2_{\tilde{L}})_{ij} &\simeq \frac{18}{(4\pi)^4}(m_0^2 + A_0^2)\{Y_\nu^\dagger L Y_\nu, Y_\nu^\dagger Y_\nu\}_{ij} \ln\left(\frac{M_{GUT}}{M_N}\right), \\
(\delta A_l)_{ij} &\simeq -\frac{1}{(4\pi)^4} A_0 Y_e \left(11\{Y_\nu^\dagger L Y_\nu, Y_\nu^\dagger Y_\nu\} + 7[Y_\nu^\dagger L Y_\nu, Y_\nu^\dagger Y_\nu]\right)_{ij} \ln\left(\frac{M_{GUT}}{M_N}\right)
\end{aligned} \tag{3.23}$$

$L_{ij} = ln\left(\frac{\bar{M}_N}{M_{N_i}}\right)_{ij}$ et $\bar{M}_N = \sqrt[3]{M_{N_1} M_{N_2} M_{N_3}}$. $\bar{M}_N$ est la masse moyenne des neutrinos singulets lourds (qui ne sont pas dégénérés dans ce cas).

Les prédictions des EDM leptoniques sont illustrées numériquement dans la figure (3.9). Les EDM du muon et de l'électron peuvent atteindre $10^{-(27-28)}$ e.cm et $10^{-(29-30)}$ e.cm respectivement.

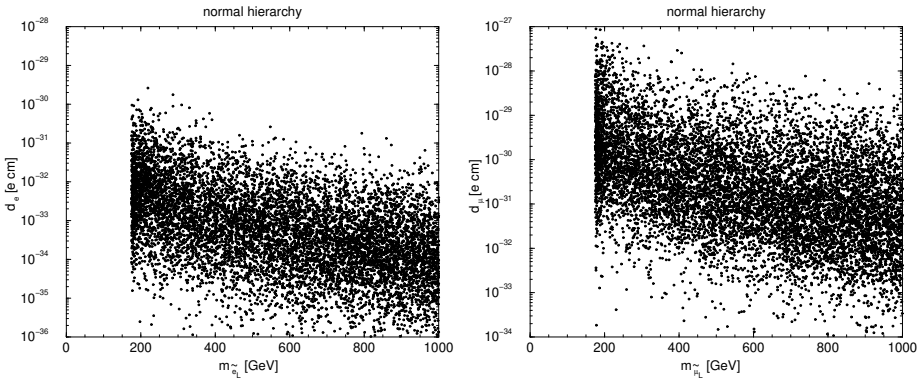

FIG. 3.9 – *EDM de l'électron (a) et du muon (b) en fonction de la masse du selectron gauche (a) et du smuon gauche (b). Chaque point correspond à un certain choix des paramètres inconnus. Dans l'exemple donné, la hiérarchie des neutrinos légers est "normale". [22]*

Les limites supérieures actuelles sont [24] :

$$\begin{aligned}
d_e &< 4.3 \times 10^{-27} \text{ e.cm}, \\
d_\mu &= (3.7 \pm 3.4) \times 10^{-19} \text{ e.cm}, \\
|d_\tau| &< 3.1 \times 10^{-16} \text{ e.cm}.
\end{aligned} \tag{3.24}$$

10. Ce sont en fait les même termes que l'équation (3.20) mais dans le cas de neutrinos lourds non dégénérés.

Les expériences futures à BNL et auprès d'usines à neutrinos projettent respectivement de sonder l'EDM du muon jusqu'à 10^{-24} e.cm et 10^{-26} e.cm. La mesure de l'EDM de l'électron devrait atteindre les environs de 10^{-33} e.cm. Ces expériences ont donc la possibilité de tester le modèle seesaw supersymétrique minimal *via* ses prédictions sur d_e (d_μ risque malheureusement d'être difficile à mesurer).

3.2.4 La désintégration de sparticules

Une autre façon de mesurer la violation du/des nombres leptoniques est d'observer la désintégration de sparticules. Par exemple, $\chi_2 \to \chi_1 + (e\mu)$ où χ_1 est la LSP et χ_2 la particule la plus légère après χ_1 (NLSP). En particulier, les désintégrations de sparticules qui violent L_τ sont les plus intéressantes car les effets de la renormalisation des paramètres de brisure douce sont plus importants dans le cas du τ (le couplage de Yukawa du τ est plus grand). Cela rend les effets de violation du nombre leptonique L_τ potentiellement grands pour les désintégrations comme $\chi_2 \to \chi_1 + \tau\mu$ ou $\chi_2 \to \chi_1 + \tau e$. Les recherches au LHC de ces désintégrations pourraient donc être complémentaires à celles de $\tau \to l\,\gamma$.

Dans la figure suivante, (3.10), les lignes en traits pleins dénotent les largeurs de désintégration de χ_2 en différents modes, dans le cas particulier du CMSSM[11] avec les paramètres $\tan\beta = 10$, $\mu > 0$, $m_{1/2} = 600$ GeV. Le rapport des taux de branchements $R(\tau\mu/\mu\mu) \equiv \Gamma(\chi_2 \to \chi_1 + \tau\mu)/\Gamma(\chi_2 \to \chi_1 + \mu\mu)$ est représenté par les tirets. Nous voyons que pour $m_0 < 270$ GeV, $R(\tau\mu/\mu\mu)$ est de l'ordre de 1 donc $\chi_2 \to \chi_1 + (\tau\mu)$ peut être comparable à $\chi_2 \to \chi_1 + (\mu\mu)$. La violation du nombre leptonique peut donc être importante.

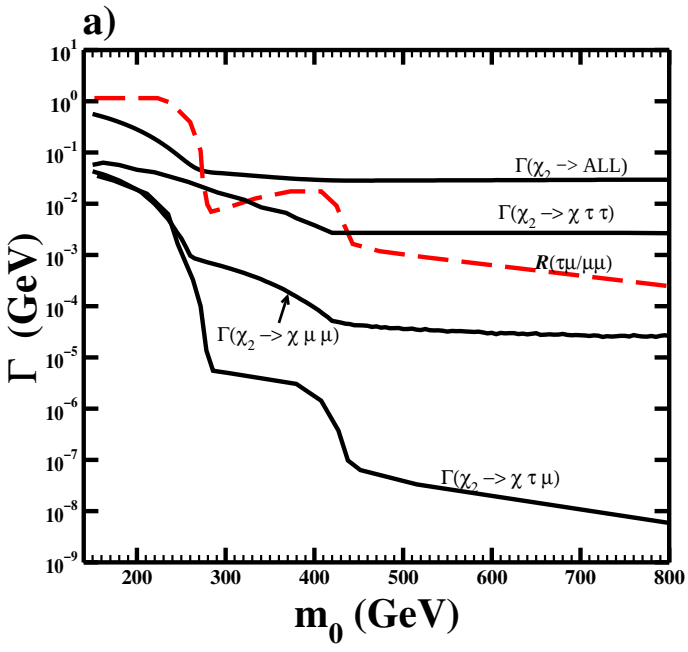

FIG. 3.10 – *Comparaison des largeurs de désintégrations entre quelques modes de désintégration de χ_2 en fonction de m_0. [25]*

11. En fait, une non-universalité des masses scalaires a été introduite, $(m_0^2)_{LL} = diag(m_0^2, m_0^2, x \times m_0^2)$ avec $x \sim 0.9$. De plus, l'angle de mélange dans la matrice de Yukawa entre la 2ème et 3ème génération de lepton chargés, ϕ, a été pris égal à $\pi/6$ dans les 2 exemples.

De plus, sur la figure (3.11) les contours des taux de branchements sont tracés pour le même choix de $\tan\beta$ et μ mais dans le plan (m_0,$m_{1/2}$).

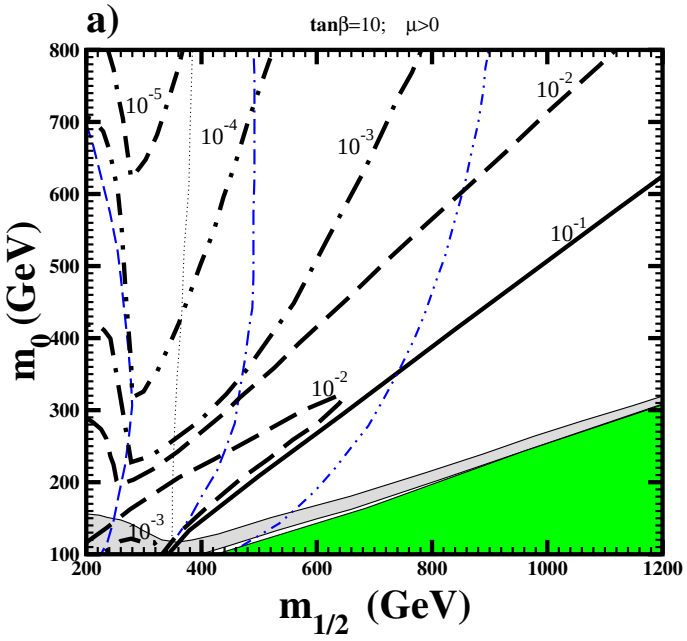

FIG. 3.11 – *Contours du rapport $R(\tau\mu/\mu\mu)$ (traits noirs) et de $BR(\tau \to \mu\gamma)$ (lignes pointillées bleues) dans le plan (m_0,$m_{1/2}$) pour $\tan\beta = 10$ et $\mu > 0$. [25]*

3.3 Les neutrinos et la cosmologie

3.3.1 L'asymétrie baryonique

La physique des neutrinos peut aussi jouer un rôle en cosmologie, particulièrement pour répondre à la question de l'origine de la matière. En effet, la quasi-totalité de ce que nous observons dans l'Univers est fait de matière, nous sommes fait de matière, mais pas d'antimatière. Pourquoi cette asymétrie ?

La densité baryonique de l'Univers est :

$$\eta = \frac{n_B}{n_\gamma} = (1.5 - 6.3) \times 10^{-10}, \tag{3.25}$$

où n_B et n_γ sont respectivement le nombre de baryons et le nombre de photons. L'asymétrie baryonique cosmologique est alors $Y_B = (n_B - n_{\bar{B}})/s$, où s est la densité d'entropie, et vaut environ $\eta/7$. Cette asymétrie peut s'expliquer[12] par un très faible déséquilibre dans l'Univers primordial en faveur de la matière, causé par les interactions. Par la suite, l'antimatière s'est alors annihilée avec la matière et le reste a formé un peu plus tard les

12. La possibilité que nous ne vivions que dans une région dans l'Univers constituée de matière et que l'antimatière serait localisé hors de notre horizon est très défavorisée.

baryons dont nous sommes faits. Mais une asymétrie matière-antimatière ne peut être dynamiquement générée dans un univers en expansion que si les interactions entre particules et l'évolution cosmologique satisfont les 3 conditions de Sakharov :

- violation du nombre baryonique (⇒ les interactions changent alors le nombre de quarks)
- violation de C et CP (⇒ les interactions sont donc différentes pour la matière et l'antimatière)
- déviation de l'équilibre thermique, par exemple lors d'une transition de phase (⇒ évite que les produits de désintégration ne puisse recréer la particule initiale et donc permet de cumuler le déséquilibre)

La question de l'asymétrie baryonique permet donc d'établir un lien entre le modèle standard cosmologique et le modèle standard de la physique des particules. A noter qu'une asymétrie générée à une époque de l'Univers peut être effacée par la suite si elle n'est pas protégée, ce qu'il faut éviter. Cependant, nous ne discuterons pas de ce genre de détails (bien que ce soit important).

3.3.2 La leptogenèse

Le mécanisme de génération de cette asymétrie baryonique est appelée la *baryogenèse*. Il existe dejà plusieurs scénario viables. Mais ce dont nous allons discuter ici est la *leptogenèse*, dans laquelle l'asymétrie baryonique est obtenue *via* une asymétrie leptonique dans la désintégration de neutrinos singulets lourds (les neutrinos droits de Majorana), ce qui est possible si le nombre leptonique n'est pas conservé. La désintégration $N \to Higgs + l$ se fait avec un taux de branchement différent de $N \to \overline{Higgs} + \bar{l}$. L'asymétrie entre le nombre de leptons et le nombre d'antileptons est convertie en une asymétrie entre le nombre de quarks et d'antiquarks par des interactions électrofaibles non-perturbatives (les sphalérons) qui donneraient [26]:

$$Y_B = \frac{C}{C-1} Y_L, \tag{3.26}$$

avec $C = 8/23$ dans le MSSM.

Le taux de désintégration total d'un neutrino singulet lourd N_i peut s'écrire ainsi (sans sommation sur i) :

$$\Gamma_i = \frac{1}{8\pi} \left(Y_\nu Y_\nu^\dagger\right)_{ii} M_i. \tag{3.27}$$

Les diagrammes à une boucle qui impliquent l'échange d'un neutrino lourd, figure (3.12), peuvent générer une asymétrie CP dans la désintégration des neutrinos lourds N_i. Cette asymétrie s'écrit sous la forme suivante :

$$\epsilon_{ij} = \frac{1}{8\pi} \frac{1}{\left(Y_\nu Y_\nu^\dagger\right)_{ii}} \mathrm{Im}[\left(Y_\nu Y_\nu^\dagger\right)_{ij}]^2 \times f\left(\frac{M_j}{M_i}\right), \tag{3.28}$$

où $f\left(\frac{M_j}{M_i}\right)$ est une fonction cinématique connue et calculable et

$$\epsilon = \frac{\Gamma(N \to H + l) - \Gamma(N \to \bar{H} + \bar{l})}{\Gamma(N \to H + l) + \Gamma(N \to \bar{H} + \bar{l})} << 1. \tag{3.29}$$

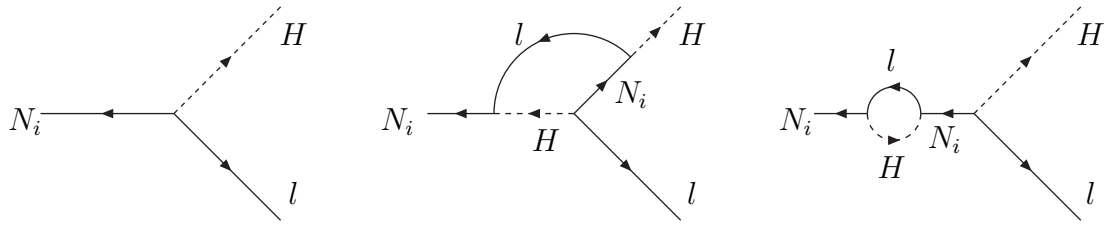

FIG. 3.12 – *Diagrammes de Feynman à l'arbre et à une boucle qui contribuent à la désintégration des neutrinos lourds N_j.*

Nous voyons dans (3.28) que la leptogenèse est proportionnelle au produit $\left(Y_\nu Y_\nu^\dagger\right)$ qui dépend de 9 paramètres réels et de 3 phases CPV mais pas celles de basse énergie (δ, $\phi_{1,2}$). L'existence d'une asymétrie leptonique ne requiert donc pas que δ soit non-nulle. Sur la figure (3.13), nous voyons que les cas $\delta = 0$ et $\delta = \pi/2$ sont indistinguables.

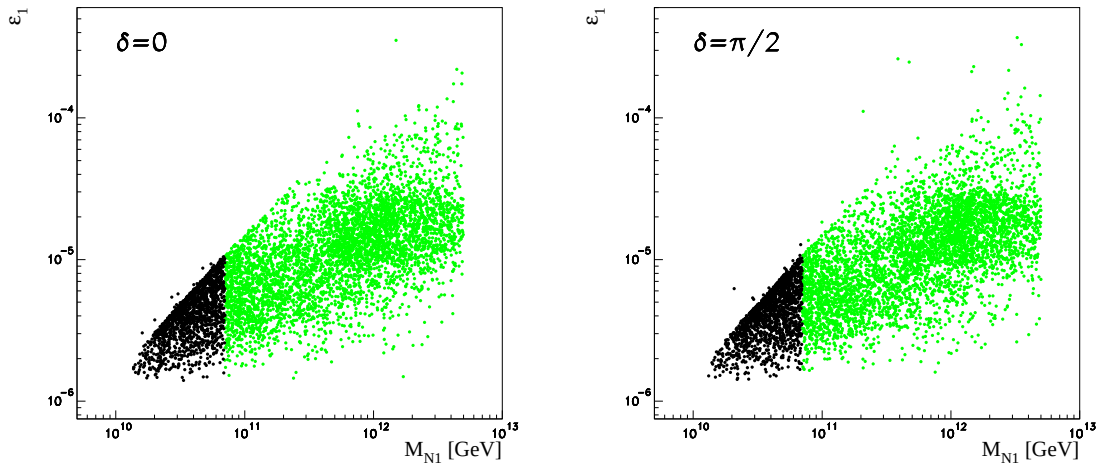

FIG. 3.13 – *"scatter plots" de l'asymétrie ϵ_1 en fonction de la masse lourde M_{N_1} la plus légère, pour les 2 choix $\delta = 0$ et $\delta = \pi/2$. [26]*

Comment avoir accès à la leptogenèse? Il est possible de formuler une "stratégie" pour calculer la leptogenèse en terme d'observables mesurables en laboratoire :

- mesurer la phase δ des oscillations de neutrinos et les phases de Majorana $\phi_{1,2}$,
- mesurer les observables reliées à la renormalisation des paramètres de brisure douce de la supersymétrie qui sont fonctions de δ, $\phi_{1,2}$ et des phases de la leptogenèse,
- extraire les effets connus de δ et $\phi_{1,2}$ pour isoler les paramètres de la leptogenèse.

A l'heure actuelle il nous manque les informations sur les 2 premières étapes. Nous pouvons juste explorer l'espace des paramètres. Pour chaque (Y_ν) et (M_N), il est possible de calculer l'observable m_{ee} de la double désintégration beta sans neutrinos, les EDM, les

processus LFV et l'asymétrie ϵ_i. Il est aussi possible d'observer les corrélations entre tous ces paramètres et les dépendances aux masses légères et lourdes des neutrinos. Les figures suivantes, (3.14) et (3.15), montrent qu'il est possible d'obtenir le bon nombre de baryons à partir de la physique des neutrinos et de la physique de basse énergie, en observant les moments dipolaires électriques des leptons chargés, les désintégrations rares $\tau \to e(\mu)\gamma$, etc. De plus, il est possible d'obtenir des renseignements sur l'espace des paramètres de haute énergie comme les masses M_N. La limite $Y_B \gtrsim 3 \times 10^{-11}$ implique une limite sur la masse du neutrino lourd le plus léger :

$$\begin{aligned} M_{N_1} &\gtrsim 10^{10} \text{ GeV } (\textit{hierarchie normale}) \\ M_{N_1} &\gtrsim 10^{11} \text{ GeV } (\textit{hierarchie inversee}) \end{aligned} \tag{3.30}$$

Mais ceci peut potentiellement entrer en conflit avec la limite inférieure non-triviale dûe à une possible surproduction de gravitinos. Cette surproduction modifierait alors les abondances des éléments produits au cours de la nucléosynthèse primordiale (He, Li,...).

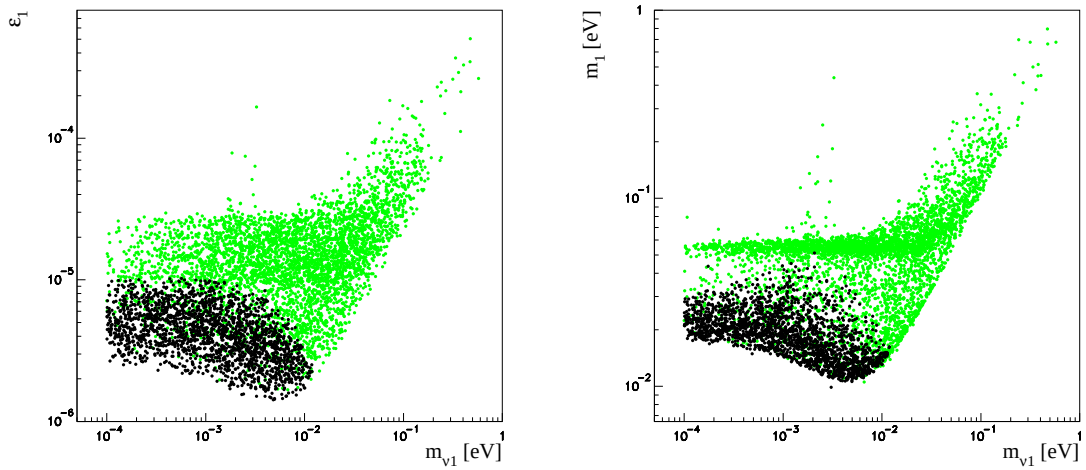

FIG. 3.14 – *"scatter plots" de l'asymétrie ϵ_1 et de la masse effective $m_1 = (Y_\nu Y_\nu^\dagger)_{11} \frac{v^2 \sin^2 \beta}{M_{N_1}}$ en fonction de la masse légère m_{ν_1} la plus légère. La contrainte sur l'asymétrie baryonique a été prise en compte. [26]*

La leptogenèse est un scénario important à prendre en compte et montre tout l'intérêt de considérer les liens entre la physique des neutrinos et la cosmologie.

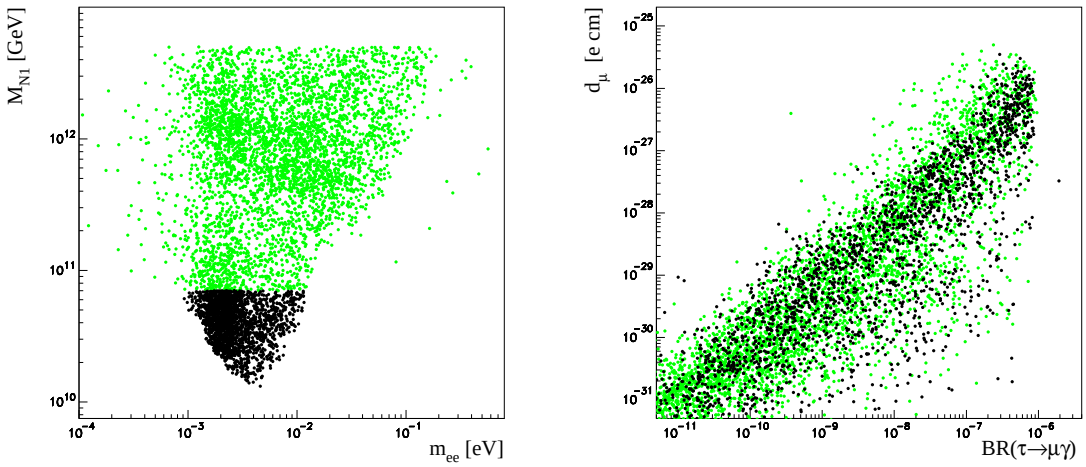

FIG. 3.15 – *"scatter plots" de M_{N_1} en fonction du paramètre de $\beta\beta_{0\nu}$ m_{ee}, et du moment dipolaire électrique du muon en fonction du taux de branchement de $\tau \to \mu\gamma$. La contrainte sur l'asymétrie baryonique a aussi été prise en compte ici. [26]*

3.3.3 L'inflation sneutrinique

Un peu plus en marge du cours, mais néanmoins intéressante, est la possibilité que *l'inflaton*, champ scalaire responsable de l'inflation de l'Univers, soit incarné par l'un des partenaires supersymétriques des neutrinos singulets lourds (voir par exemple la référence [27]).

Un brève interlude sur l'inflation

Nous allons tout d'abord commencer par quelques mots sur la cosmologie et l'inflation.

A l'origine de l'hypothèse de l'inflation il y a les problèmes auxquels sont confrontés les cosmologistes : pourquoi l'Univers semble si homogène ? Pourquoi est-il si vieux ou si vaste ? Pourquoi est-il si plat ? Pourquoi l'entropie de l'Univers est-elle si élevée ? Pour remédier à celà, nous pouvons introduire l'idée d'une période inflationnaire c'est-à-dire l'idée qu'à une époque de son histoire, l'expansion de l'Univers fut quasi-exponentielle. Cette expansion exponentielle agrandit alors considérablement les dimensions de l'Univers et réduit la densité d'énergie (et par conséquent la température globale). Ceci est rendu possible par l'introduction d'un champ scalaire, l'inflaton, qui, au tout début de l'Univers, contenait la quasi-totalité de l'énergie.

La figure (3.16) montre une forme possible du potentiel scalaire de l'inflaton et les différentes étapes de l'inflation. A la première étape, le potentiel de l'inflation part d'une valeur initiale et "roule" jusqu'au puit : l'Univers subit une expansion inflationnaire exponentielle. Ensuite, quand l'inflaton arrive dans le puit du potentiel, il y passe un certain temps en oscillant jusqu'à se stabiliser. Ceci correspond au moment où l'inflaton se désintègre en matière par la conversion de l'énergie initialement sous forme d'inflaton en photons et autres particules légères. Ainsi l'univers est réchauffé jusqu'à une température

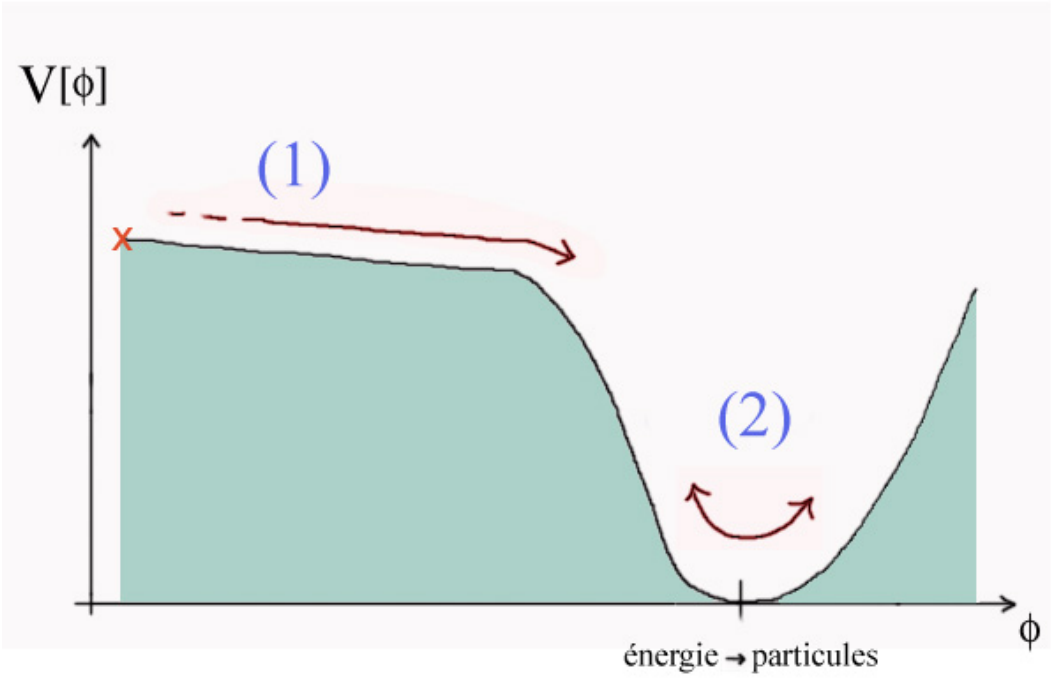

FIG. 3.16 – *Forme typique du potentiel scalaire en fonction de la valeur de l'inflaton.*

de réchauffement T_{RH}.

L'inflation donne aussi une origine aux petites fluctuations de densité observées par WMAP (mais déjà vues par COBE), qui sont indépendantes de l'échelle de la structure : elles viendraient de fluctuations quantiques de la valeur du potentiel pendant l'inflation.

Il existe plusieurs modèles d'inflation, mais l'idée présentée reste la même. Cependant, personne ne sait ce qu'est l'inflaton et à quelle particule il peut être identifié.

Le sneutrino, un candidat potentiel

Dans le cas particulier d'un modèle d'inflation chaotique[13] avec un potentiel de la forme $V = \frac{1}{2}m_I^2\phi^2$, les données de WMAP donnent pour la masse de l'inflaton [28] :

$$m_I \simeq 2 \times 10^{13} \text{ GeV}. \tag{3.31}$$

Or cette masse correspond plus ou moins à l'intervalle de masse considéré pour les neutrinos singulets lourds (et *a priori* aussi pour les sneutrinos associés) : $M_{N_i} \sim 10^{10-15}$ GeV. De plus, l'inflaton est sensé ne pas avoir d'interaction de jauge, ce qui peut très bien être le cas des sneutrinos lourds. Si un de ces sneutrinos est l'inflaton, alors le problème cosmologique de l'inflation sera connecté au reste de la physique des particules. De plus, cette hypothèse peut être utilisée pour donner des prédictions sur les désintégrations violant le nombre leptonique car elle contraint significativement les paramètres du modèle seesaw supersymétrique minimal. Dans la figure (3.17), nous voyons entre autres que le processus

13. C'est un scénario inflationnaire dans lequel il n'y a pas de structure privilégiée dans le potentiel $V(\phi)$. Il peut être une simple puissance, $V \sim \phi^n$ ou exponentiel, $V \sim e^{\alpha\phi}$. Une région donnée de l'Univers est supposée commencer avec une valeur particulière de ϕ, donc de V, qui décroit ensuite de façon monotone et lente vers zéro (c'est le "slow-roll").

$\mu \to e\gamma$ est très proche de la limite actuelle et dans les possibilités observationnelles des futures expériences. Nous observons aussi que les taux de branchement de $\mu \to e\gamma$ et $\tau \to \mu\gamma$ semblent indépendants de la température de réchauffement (pour $T_{RH} < 10^{12}$ GeV) et que $BR(\mu \to e\gamma)$ est très sensible à $\sin\theta_{13}$ et M_{N_3}.

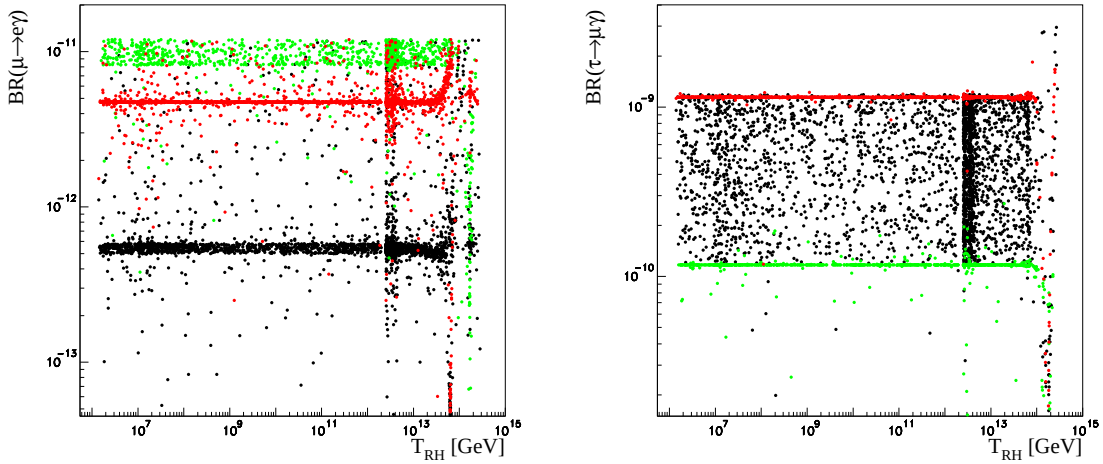

FIG. 3.17 – *$BR(\mu \to e\gamma)$ et $BR(\tau \to \mu\gamma)$ en fonction de la température de réchauffement. Les points noirs correspondent aux valeurs :* $\sin\theta_{13} = 0.0$, $M_{N_2} = 10^{14}$ *GeV et* 5×10^{14} *GeV* $< M_{N_3} < 5 \times 10^{15}$ *GeV. Les points rouges à :* $\sin\theta_{13} = 0.0$, $M_{N_2} = 5 \times 10^{14}$ *GeV et* $M_{N_3} = 5 \times 10^{15}$ *GeV. Enfin les points verts (les points les plus clairs, en haut de la première figure et en bas de la seconde) correspondent à :* $\sin\theta_{13} = 0.1$, $M_{N_2} = 10^{14}$ *GeV et* $M_{N_3} = 5 \times 10^{14}$ *GeV. [27]*

3.4 Conclusions

Le mélange des neutrinos observé *via* les oscillations peut avoir de nombreuses conséquences, notamment dans un cadre supersymétrique où la masse si faible des neutrinos tire son origine du mécanisme de Seesaw. Par exemple, les taux de branchement des processus violant la saveur leptonique et les moments dipolaires électriques leptoniques calculés dans ce modèle seesaw supersymétrique minimal montrent que la violation des nombres leptoniques et la violation de CP leptonique peuvent avoir lieu de manière significative. Les futures expériences devraient avoir la possibilité de mesurer pour la première fois ces violations. Ceci donne alors de grandes chances de pouvoir reconstruire les paramètres de haute énergie de la physique des neutrinos dans ce modèle, inaccessibles depuis les expériences qui observent les oscillations des neutrinos (figure (3.18)). De plus, la physique des neutrinos permet aussi de résoudre certains problèmes de nature cosmologique grâce aux hypothèses telles que la leptogenèse et l'inflation sleptonique.

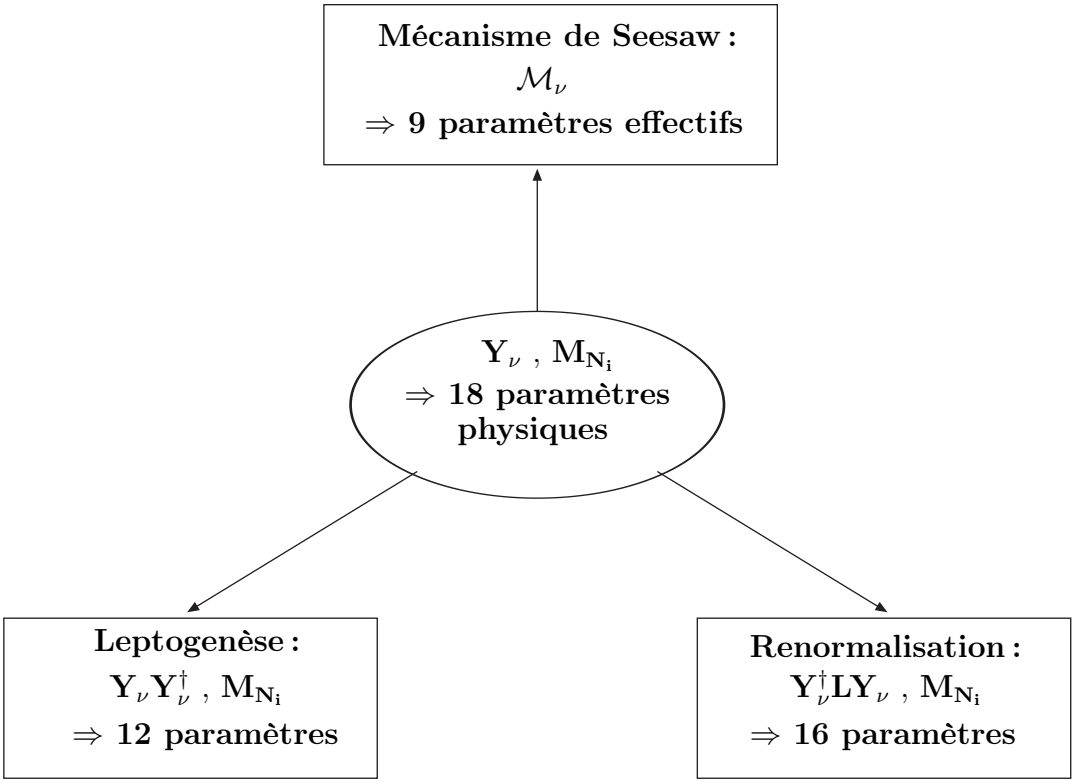

FIG. 3.18 – *La reconstruction des paramètres du mécanisme de Seesaw par les différentes observables.*

Chapitre 4

Le grand "Au-delà"

4.1 La Grande Unification

Les théories de jauge (surtout non-abéliennes, appelées théories de Yang-Mills) semblent offrir un cadre unique pour décrire la physique des particules. Dans le MS, il y a 3 couplages différents (si la gravitation n'est pas comptée) associés aux trois groupes de jauge $SU(3)_C$, $SU(2)_L$ et $U(1)_Y$ et certains paramètres sont ajustés arbitrairement pour rendre compte des diverses observations expérimentales. Un prolongement logique du MS est de considérer l'existence à plus haute énergie d'une symétrie plus grande. Celle-ci pourrait permettre de relier les différents paramètres et d'unifier les 3 couplages[1] g_3, g_2, g_Y. La philosophie de la Grande Unification (GU) est justement de chercher un groupe de jauge G simple qui comprend $SU(3)_C \otimes SU(2)_L \otimes U(1)_Y$. Ainsi, les 3 forces fondamentales (électromagnétique, faible, forte) se trouveraient unifiées en une force "électronucléaire" de couplage unique g_{GU}. Ceci semble du point de vue le plus courant en physique des particules plus "satisfaisant" car cela va dans le sens d'une physique plus "simple" aux échelles de longueurs plus petites. Cependant, les effets de l'interaction gravitationnelle sont supposés être toujours négligeables, au moins en première approximation. Si l'échelle d'unification M_{GU} se trouve être significativement plus petite que la masse de Planck alors cette supposition est justifiée. Il se trouve que les estimations typiques, basées sur une extrapolation à très haute énergie de la physique connue (c'est-à-dire le MS), donnent une échelle de l'ordre de 10^{16} GeV, environ mille fois plus petite que l'échelle de Planck $M_{Pl} = \mathcal{O}(10^{19})$ GeV.

Le fait d'avoir un unique groupe de jauge pour décrire la physique à cette échelle implique aussi des relations tout à fait inédites entre les particules, ainsi que de nouveaux bosons de jauge. En effet, la symétrie change donc l'organisation des particules (les multiplets) change. Certains indices comme la quantification de la charge (*i.e.* l'existence de charges électriques fractionnaires) ou la compensation des anomalies[2] font aussi penser à une organisation plus simple que celle du MS. Bien sûr, à basse énergie, nous devons retrouver le Modèle Standard, et dans ces Théories de Grande Unification (GUT) nous devrons donc étudier la brisure du groupe de jauge G en $SU(3)_C \otimes SU(2)_L \otimes U(1)_Y$.

Cette section commence donc par une présentation des équations d'évolution des 3

1. On note les couplages ainsi : g_1 pour le couplage de $U(1)$, g_2 pour $SU(2)$ et g_3 pour $SU(3)$. Dans les chapitres précédents on avait g pour g_2 et g' pour g_Y.

2. C'est-à-dire le fait que les anomalies dues aux leptons s'annulent exactement avec celles dues aux quarks.

couplages et de leur unification. Nous exposerons ensuite quelques exemples de modèles dont le "prototype" basé sur le groupe $SU(5)$ permet d'aborder beaucoup de propriétés des GUT sans alourdir la discussion. Puis nous étudierons les prédictions typiques de ces modèles comme la désintégration du proton et les relations entre les masses des quarks et leptons. Nous terminerons en discutant des avantages, des problèmes et des perspectives des modèles basés sur l'idée d'une Grande Unification à haute énergie.

4.1.1 Les équations d'évolution des couplages g_i

L'unification des couplages

L'un des résultats les plus importants de la renormalisation est l'évolution des constantes de couplage des forces en fonction de l'échelle d'énergie : $g_i \equiv g_i(\mu)$. En supposant que le MS reste valable jusqu'à des énergies de l'ordre de la masse de Planck nous pouvons résoudre analytiquement ces équations du groupe de renormalisation (RGE) et observer l'évolution des 3 couplages des 3 interactions fondamentales du MS. Le résultat, surprenant, initialement obtenu dans les années 70 est que les couplages évoluent logarithmiquement (nous justifierons un peu plus tard cette remarque) jusqu'à se croiser au même point (à peu près) et donc atteindre une valeur commune. Cette observation légitimise la philosophie de la Grande Unification. En réalité, depuis la première fois où le calcul a été fait, la précison expérimentale a grandement augmenté et les couplages ne se croisent plus tout-à-fait au même point. La figure (4.1) montre clairement ce "rendez-vous" manqué.

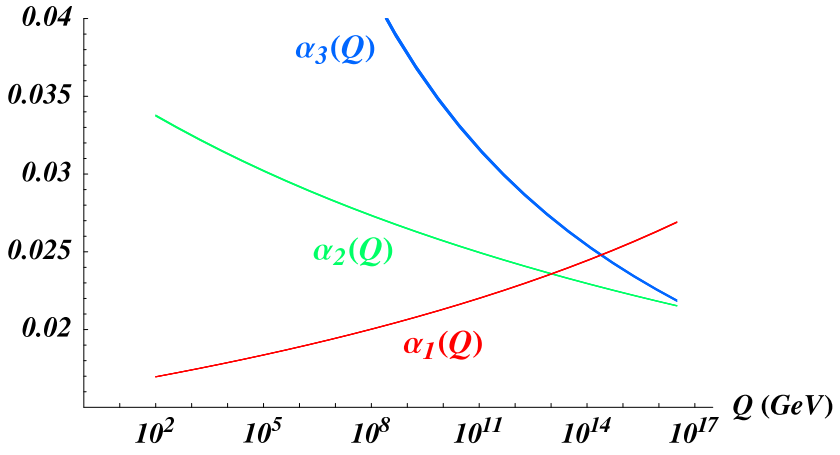

FIG. 4.1 – *Evolution des couplages de jauge en fonction de l'énergie, dans le MS.*

Cela veut-il dire que nous devons oublier la GU ? Non, simplement parce que nous ne connaissons pas toute la physique au-delà du MS et que pour obtenir la figure (4.1) nous avons fait une supposition qui n'était sans doute pas justifiée : le MS est valable jusqu'à M_{Pl}. Au chapitre 1 nous nous sommes justement efforcés de montrer que le MS ne pouvait pas être valable au-delà d'une échelle d'énergie, de l'ordre du TeV. Il y a de la nouvelle physique aux alentours de cette échelle et celle-ci peut changer drastiquement les équations d'évolution des constantes de couplage. De plus, au chapitre 2 nous avons vu que la supersymétrie était une candidate très sérieuse pour cette nouvelle physique

et celle-ci introduit un grand nombre de nouvelles particules qui interviennent dans la renormalisation des couplages. Le calcul des RGE dans le cadre du MSSM donne alors la figure (4.2). Le résultat est très surprenant lui aussi puisque nous retrouvons l'unification des couplages ! La supersymétrie semble donc un cadre approprié pour la GU.

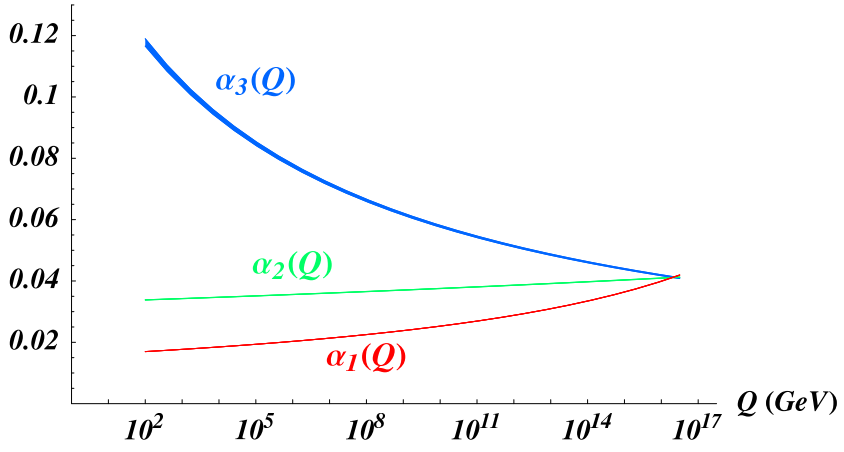

FIG. 4.2 – *Evolution des couplages de jauge en fonction de l'énergie, dans le MSSM.*

Pour "mesurer la qualité" de cette unification, on adopte souvent un point de vue inverse en partant de l'unification de α_1 et α_2, en supposant l'unification avec α_S exacte et au même point, puis en calculant alors l'évolution de α_S vers les basses énergies[3]. Nous pouvons alors comparer la valeur de α_S (à M_Z par exemple) avec la valeur expérimentale et vérifier la compatibilité. Dans le MSSM, pour une unification à 2×10^{16} GeV, nous trouvons alors la valeur [29] :

$$\alpha_S(M_Z)^{MSSM} = 0.130 \pm 0.004 + \Delta_{SUSY} + \Delta_{GUT}, \tag{4.1}$$

où Δ_{SUSY} et Δ_{GUT} sont des corrections qui dépendent du modèle. Les données expérimentales donnent la valeur suivante :

$$\alpha_S(M_Z)^{exp} = 0.117 \pm 0.002, \tag{4.2}$$

qui est en assez bon accord avec la prédiction. Sans les corrections Δ_{SUSY} et Δ_{GUT}, l'accord ne serait pas parfait, ce qui voudrait dire que l'unification à haute énergie des 3 couplages ne serait pas tout à fait exacte. Mais il ne faut pas oublier que dans le calcul des RGE nous nous sommes arrêtés à une certaine précision (à un ordre donnée de la théorie des perturbations. La correction Δ_{SUSY} est un effet de seuil à basse énergie, venant de l'échelle de brisure effective (douce) de la supersymétrie. En plus, si effectivement il y a une Grande Unification et donc des nouvelles particules aux hautes énergies, celles-ci devaient se faire "sentir" quand nous nous rapprochons de l'échelle M_{GU}. Plus précisemment, aux échelles d'énergie proches de M_{GU}, les boucles virtuelles de ces bosons ont un effet non négligeable, car les masses de ces bosons ne sont plus négligeables devant l'échelle d'énergie

3. En effet, les 3 couplages de basse énergie sont maintenant fonction de 2 paramètres indépendants, α_{GU} et M_{GU}, il y a donc une prédiction possible.

où l'on se trouve. On parle d'effet de seuil GUT, représenté par la quantité Δ_{GUT} de l'équation 4.1. Malheureusement, il dépend de la physique à l'échelle M_{GU}, et pour calculer quantitativement sa valeur il faut se placer dans un modèle donné. On parle de "sensibilité à la théorie UV" [4] de l'unification des couplages.

Une remarque importante : par rapport au MS, dans un modèle GUT le couplage de l'hypercharge a subit une modification d'un facteur $\sqrt{5/3}$; c'est en réalité la relation $g_1 = \sqrt{\frac{5}{3}} g_Y = g_2 = g_3 = g_{GU}$ que nous avons à l'échelle M_{GU}. Nous verrons un peu plus tard pourquoi ce facteur a été introduit. Maintenant, nous allons être un peu plus technique et donner ces RGE dans les cas discutés à savoir le MS et le MSSM.

Les RGE

Les équations du groupe de renormalisation pour les trois couplages des trois interactions non-gravitationnelles se présentent à une boucle sous la forme :

$$\frac{\mathrm{d}g_i}{\mathrm{d}t} = \beta_i(g_i) \equiv b_i \frac{g_i^3}{16\pi^2}, \quad i = 1,2,3, \tag{4.3}$$

où $t = \ln(\mu)$ avec μ une échelle d'énergie. Nous utiliserons plus souvent α_i à la place des g_i où $\alpha_i = \frac{g_i^2}{4\pi^2}$. Les RGE s'écrivent alors :

$$\frac{\mathrm{d}\alpha_i}{\mathrm{d}t} = b_i \frac{\alpha_i^2}{2\pi}, \quad i = 1,2,3. \tag{4.4}$$

Le tableau 4.1 donne les différentes valeurs de b_i dans le cas du MS (un seul doublet de Higgs et 3 générations) et du MSSM. Les expressions où le nombre de doublets de Higgs et de familles de quarks sont gardés explicites peuvent se trouver dans [30].

	b_1	b_2	b_3
MS	$\frac{41}{10}$	$-\frac{19}{6}$	-7
MSSM	$\frac{33}{5}$	1	-3

TAB. 4.1 – *Les valeurs de b_1, b_2, b_3 dans le MS et le MSSM.*

Ces équations différentielles peuvent se résoudre analytiquement et les solutions s'écrivent ainsi :

$$\alpha_i^{-1}(\mu) = \alpha_i^{-1}(M_{GU}) + \frac{b_i}{2\pi} \ln\left(\frac{M_{GU}}{\mu}\right) \tag{4.5}$$

Avec ces solutions, nous pouvons donc maintenant vérifier à quelle précision et à quelle échelle les couplages s'unifient, dans le MS et le MSSM. En général, on utilise la prédiction

4. UV pour ultra-violette, c'est-à-dire de plus haute énergie.

de $\sin^2\theta_W$ ou celle de α_S à m_Z. Nous n'introduisons aucunes corrections dûes aux effets de seuil d'un modèle GUT particulier ou aux effets de seuil à basse énergie et nous supposons la relation $\alpha_3 = \alpha_2 = \alpha_1 = \alpha_{GU}$ à M_{GU}. En prenant comme échelle μ l'échelle m_Z,

$$\sin^2\theta_W(m_Z) = \frac{g_Y^2(m_Z)}{g^2(m_Z) + g_Y^2(m_Z)}, \tag{4.6}$$

et en utilisant les relations[5]

$$\alpha_1(\mu) = \frac{5}{3}\frac{g_Y^2(\mu)}{4\pi}, \quad \alpha_2(\mu) = \frac{g^2(\mu)}{4\pi}, \tag{4.7}$$

et la combinaison particulière :

$$\alpha_2^{-1}(\mu) - \alpha_1^{-1}(\mu) = \frac{b_2 - b_1}{2\pi}\ln\left(\frac{M_{GU}}{\mu}\right), \tag{4.8}$$

on trouve dans le MS:

$$\sin^2\theta_W(m_Z) \simeq \frac{3}{8}\left(1 - \frac{55\alpha_1(m_Z)}{24\pi}\ln\left(\frac{M_{GU}}{m_Z}\right)\right), \tag{4.9}$$

et dans le MSSM :

$$\sin^2\theta_W(m_Z) \simeq \frac{3}{8}\left(1 - \frac{7\alpha_1(m_Z)}{4\pi}\ln\left(\frac{M_{GU}}{m_Z}\right)\right). \tag{4.10}$$

A noter que dans le cas du MSSM, nous ne connaissons pas les masses des sparticules. En les mettant toutes à 1 TeV on retrouve approximativement la valeur de $\sin^2\theta_W$ observée expérimentalement.

Pour examiner ces prédictions avec plus de détails nous pouvons étudier les équations du groupe de renormalisation jusqu'à l'ordre de 2 boucles. Dans le MSSM, l'unification est cependant stable car les corrections à 2 boucles sont faibles devant celles à 1 boucle, même si cela reste moins vrai pour α_S. Le résultat est une unification encore plus précise c'est-à-dire une prédiction de $\sin^2\theta_W(m_Z)$ plus proche de la valeur expérimentale. On peut retrouver les expressions à 2 boucles et plus de détails sur les effets de seuil des masses des sparticules dans [30].

4.1.2 Les modèles Grand Unifiés

Le choix du groupe d'unification

Quels sont les groupes susceptibles de nous intéresser pour construire une théorie Grande Unifiée?

Tout d'abord, ces groupes sont des groupes dits "de Lie" suffisamment "grands" pour englober entièrement celui du Modèle Standard. Ce dernier est de rang 4, c'est-à-dire

5. Le facteur 5/3 vient de la normalisation du générateur de la charge électrique dans les modèles GU. Dans le modèle standard, $Q = T_3 + Y/2$. Dans les GUTs, $Q = \frac{1}{2}(T^{11} + \sqrt{\frac{5}{3}}T^{12})$ où T^{11} et T^{12} sont les deux générateurs de $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ du groupe d'unification. L'isopin et l'hypercharge font partie d'un seul groupe simple G et ne sont pas indépendants. L'hypercharge est alors redéfinie par un facteur $\sqrt{\frac{5}{3}}$ que l'on répercute sur le couplage g_Y.

que le nombre de générateurs de la symétrie simultanément diagonalisables[6] est égal à 4 : $SU(3)_C$ en contient 2, $SU(2)_L$ un seul et $U(1)_Y$ aussi. Il nous faut donc trouver dans la classification des groupes de Lie, faite par Cartan, un groupe de rang supérieur ou égal à 4. Enfin, ils doivent comporter des représentations complexes pour que les fermions de chiralité différentes puissent être dans des représentations différentes.

Les deux possibilités de rang 4 sont: $SU(5)$ et $SU(3) \otimes SU(3)$. Mais $SU(3) \otimes SU(3)$ ne permet pas simultanément aux leptons d'avoir une charge électrique entière et aux quarks d'avoir une charge électrique fractionnaire. Le groupe $SU(5)$ est donc le groupe le plus simple possible capable d'englober le Modèle Standard. Les autres groupes possibles et couramment utilisés mais de rangs supérieurs à 4 sont $SO(10)$, de rang 5, et le groupe exceptionnel E_6, de rang 6. Nous le voyons, les considérations physiques précédentes contraignent fortement la liste des groupes de Lie compatibles. A titre d'exemple et pour bien comprendre comment peut changer la physique quand on change la symétrie du MS nous allons étudier certains aspects du groupe $SU(5)$ puis plus brièvement ceux du groupe $SO(10)$.

Le groupe $SU(5)$

Tout comme dans le Modèle Standard, il nous faut "ranger" nos particules dans les "casiers" disponibles de $SU(5)$. Dans $SU(5)$ nous disposons[7] d'une représentation spinorielle fondamentale de dimension 5 et une représentation spinorielle antisymétrique de dimension 10 pour les fermions d'une génération. Mais pour répartir ces quinze fermions ($3 \times 2 \times 2 = 12$ quarks + 2 leptons chargés + 1 neutrino), il y a quelques règles à respecter. Tout d'abord, nous pouvons exprimer les représentations de $SU(5)$ en terme des représentations de $SU(3) \otimes SU(2)$:

$$\mathbf{5} = (\mathbf{3},\mathbf{1}) + (\mathbf{1},\bar{\mathbf{2}}) \tag{4.11}$$

$$\bar{\mathbf{5}} = (\bar{\mathbf{3}},\mathbf{1}) + (\mathbf{1},\mathbf{2}) \tag{4.12}$$

$$\mathbf{10} = (\bar{\mathbf{3}},\mathbf{1}) + (\mathbf{3},\mathbf{2}) + (\mathbf{1},\mathbf{1}). \tag{4.13}$$

Par exemple (4.11) veut dire que dans la représentation **5** de $SU(5)$, nous devons mettre un triplet de couleur, singulet de $SU(2)$, et un singulet de couleur, anti-doublet de $SU(2)$. De plus, il faut que la somme des charges dans chacun de ces 2 multiplets soit nulle[8]. La seule combinaison possible qui soit en accord avec le MS[9] est :

$$\bar{\mathbf{5}} : (\psi_i)_L = \begin{pmatrix} \bar{d}_1 \\ \bar{d}_2 \\ \bar{d}_3 \\ e^- \\ -\nu_e \end{pmatrix}_L , \tag{4.14}$$

6. Chacun est associé à un nombre quantique, une "charge", et les états de particules observés sont indexés par ceux-ci. A noter que ces générateurs diagonaux sont de trace nulle.

7. Une façon simple de les trouver et de "jouer" avec les tableaux d'Young.

8. La charge électrique est une combinaison linéaire des générateurs diagonaux (dans le MS, on a $Q = T_3 + Y$), qui sont de trace nulle, donc est de trace nulle aussi.

9. Le choix des signes est fait en accord avec la définition de la conjugaison de charge et de façon à obtenir les bonnes interactions du MS.

et donc pour le reste des fermions de la première génération:

$$\mathbf{10} : (\chi^{ij})_L = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 & \bar{u}_3 & -\bar{u}_2 & u_1 & d_1 \\ -\bar{u}_3 & 0 & \bar{u}_1 & u_2 & d_2 \\ u_2 & -\bar{u}_1 & 0 & u_3 & d_3 \\ -u_1 & -u_2 & -u_3 & 0 & e^+ \\ -d_1 & -d_2 & -d_3 & -e^+ & 0 \end{pmatrix}_L , \tag{4.15}$$

où nous négligeons les éventuels mélanges entre les familles. Comme une famille entière gauche entre dans $(\mathbf{10} + \bar{\mathbf{5}})$, nous devons donc répliquer la classification précédente pour les 3 familles et en conséquence nous ne pouvons pas donner d'explication de la présence de 3 familles et de leurs différences dans $SU(5)$.

Nous venons de parler des fermions, nous allons maintenant aborder les bosons de jauge. Les groupes de type $SU(N)$ ont $N^2 - 1$ générateurs de symétries donc $SU(5)$ a 24 bosons de jauge ($SU(3)_C$ a 8 gluons, $SU(2)$ a 2 W et un Z etc). Parmis ces 24 bosons de jauge, 12 correspondent au MS et 12 sont nouveaux. Ils appartiennent toujours à la représentation adjointe du groupe de jauge, et celle-ci est de dimension 24 pour $SU(5)$. Si comme pour les fermions nous décomposons la représentation adjointe en représentations de $SU(3) \otimes SU(2)$, et que nous identifions les bosons déjà connus nous obtenons :

$$\mathbf{24} = \underbrace{(\mathbf{3},\mathbf{2},\frac{5}{3}) \oplus (\bar{\mathbf{3}},\mathbf{2},-\frac{5}{3})}_{nouveaux\ bosons} \oplus \underbrace{(\mathbf{8},\mathbf{1},0)}_{gluons\ G_i} \oplus \underbrace{(\mathbf{1},\mathbf{3},0)}_{W_i} \oplus \underbrace{(\mathbf{1},\mathbf{1},0)}_{B} . \tag{4.16}$$

Le 3ème chiffre dans les parenthèses est l'hypercharge du sous-multiplet. Les nouveaux bosons sont appélées les *leptoquarks* X et Y, sont chargés électriquement [10], sont colorés et ont un isospin 1/2. Il peut donc y avoir des interactions directes entre quarks et leptons, nous en verrons les conséquences juste après.

En notation matricielle,

$$A = \sum_{a=1}^{24} T_a A^a = \begin{pmatrix} G_i & G_i & G_i & \bar{X} & \bar{Y} \\ G_i & G_i & G_i & \bar{X} & \bar{Y} \\ G_i & G_i & G_i & \bar{X} & \bar{Y} \\ X & X & X & W_i & W_i \\ Y & Y & Y & W_i & W_i \end{pmatrix} , \tag{4.17}$$

où les T_a sont les générateurs de SU(5) représentés par des matrices 5×5 (l'équivalent pour SU(5) des matrices de Pauli de SU(2)). Le choix de la base étant libre, nous avons choisi de les écrire telles que $SU(3)_C$ agisse sur les 3 premières lignes et colonnes et $SU(2)_L$ sur les 2 dernières. D'où les deux blocs avec les gluons et les W. Le boson B se situe sur la diagonale.

Puisque $SU(5)$ n'est qu'une symétrie valable à très haute énergie, elle se brise à plus basse énergie pour donner le MS. De plus, les multiplets fermioniques étant ceux de $SU(5)$ nous devons adapter le secteur de Higgs et trouver les bons multiplets qui brisent la symétrie électrofaible. Pour briser $SU(5)$ nous pouvons choisir (c'est le choix le plus

10. Respectivement 4/3 et 2/3.

simple) un multiplet adjoint Φ, de dimension **24**, de bosons de Higgs. La *v.e.v* de Φ qui préserve la couleur (3 premières lignes et colonnes), l'isospin (2 dernières) et l'hypercharge (la diagonale) s'écrit :

$$< 0|\Phi|0 >= \frac{v_\Phi}{2} \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -3 \end{pmatrix}. \tag{4.18}$$

Cette première étape rend les bosons X et Y massifs en laissant les bosons du MS de masses nulles.

$$m_X^2 = m_Y^2 = \frac{25}{8} g_5^2 v_\Phi \tag{4.19}$$

La *v.e.v* v_Φ doit donc être de l'ordre de 10^{15-16} GeV ($\sim M_{GU}$). La brisure électrofaible se fait dans $SU(5)$ de façon minimale par un multiplet **5** qui contient un triplet de Higgs colorés et le doublet de Higgs du MS :

$$H_j[\mathbf{5}] = (\mathbf{H_C}, \mathbf{H}). \tag{4.20}$$

La *v.e.v* la plus simple qui brise seulement $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ est de la forme :

$$< 0|H|0 >= v_H \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}. \tag{4.21}$$

Les bosons électrofaibles sont alors rendus massifs et de l'ordre de v_H,

$$m_W^2 = g_2^2 v_H^2, \tag{4.22}$$

et les fermions acquièrent une masse de l'ordre de v_H grâce aux couplages de Yukawa.

Le potentiel effectif est donc fonction des champs H et Φ. En toute rigueur, outre une partie responsable de la première étape et une autre partie responsable de la brisure électrofaible (de la même forme que le potentiel du MS), nous devons introduire un terme qui mélange les deux champs. Le traitement des brisures est donc un peu plus complexe. Mais puisque les 2 échelles de brisure sont séparées par 10^{13} GeV, elle peuvent être considérées raisonnablement indépendantes. Cependant, cette hiérachie entre les masses des Higgs requiert un ajustement extrêmement fin des paramètres du potentiel, de 13 ordres de grandeurs, ce qui paraît peu naturel. En effet, comme nous l'avons discuté au premier chapitre, la masse du Higgs H, va recevoir des corrections venant des boucles de particules de masse $\sim M_{GU}$. Pour que m_H reste de l'ordre de 100 GeV, il faut des annulations accidentelles extrêmement précises entre des contributions de l'ordre de M_{GU}. Ce problème peut être résolu par l'apport de la supersymétrie qui justifie ces annulations.

Autre nouveauté de ce secteur de Higgs : l'existence de Higgs colorés. Leurs échanges conduisent à de nouvelles interactions qui n'existaient pas dans le MS qui peuvent se révéler très importantes (voir plus loin). De plus, d'autres multiplets de Higgs peuvent exister si nous voulons briser $SU(5)$ en $SU(3)_C \otimes SU(2)_L \otimes U(1)_Y$. Le secteur de Higgs peut être beaucoup plus compliqué dans les GUTs que dans le MS et peut faire intervenir des représentations plus grandes.

Une autre possibilité : $SO(10)$

Une autre possibilité très souvent étudiée est le groupe d'unification $SO(10)$. C'est un groupe de rang 5,

$$SU(5) \subset SO(10). \tag{4.23}$$

L'avantage principal de $SO(10)$ sur $SU(5)$ est qu'il possède une représentation spinorielle fondamentale de dimension 16 ce qui permet de ranger tous les fermions d'une génération et un neutrino droit, en une seule fois . Ceci en fait un groupe "naturel" du point de vue de la physique des neutrinos et du mécanisme de Seesaw. Dans $SU(5)$, les neutrinos droits sont à rajouter "à la main" comme singulets. Mais la structure des interactions de jauge $SO(10)$ n'a aucune incidence sur les neutrinos, $SO(10)$ est juste plus adapté si on croit au Seesaw. En termes des représentations de $SU(5)$,

$$\mathbf{16} = \mathbf{10} \oplus \bar{\mathbf{5}} \oplus \mathbf{1}. \tag{4.24}$$

Dans $SO(10)$, le nombre de bosons de jauge s'elèvent à 45, ce qui nous fait 33 bosons supplémentaires par rapport au MS et donc beaucoup d'interactions possibles. De plus, la brisure de $SO(10)$ est plus complexe car se fait en deux étapes : en passant par $SU(5) \otimes U(1)$ ou par $SU(4) \otimes SU(2)_L \otimes SU(2)_R$ puis intervient la brisure de $SU(2) \otimes U(1)$. Le secteur de Higgs est très étendu et fait intervenir de larges multiplets, de dimension 10, 16, 45, 120, 126 selon le modèle. C'est un secteur extrêmement important pour la phénoménologie.

Le modèle minimal $SU(5)$ **supersymétrique**

Une fois la supersymétrie introduite pour résoudre les problèmes de hiérarchie des échelles (chapitres 1 et 2), nous avons vu au début de ce chapitre qu'elle permettait en plus une unification beaucoup plus précise des couplages de jauge, la rendant presque indispensable pour les modèles Grand-Unifiés. Dans un modèle minimal $SU(5)$ supersymétrique, les multiplets vont être remplacés par des supermultiplets. Les représentations utilisées sont $(\mathbf{10} + \bar{\mathbf{5}})$ pour les champs de matière et leurs sfermions, **24** pour les bosons et leurs partenaires fermioniques les "bosinos". Pour les même raisons qu'au chapitre 2, nous devons introduire 2 supermultiplets, **5** et $\bar{\mathbf{5}}$, pour les Higgs et les Higgsinos, et enfin un supermultiplet[11] **24** de Higgs (et Higgsinos) pour briser $SU(5)$. L'existence de scalaires supplémentaires permet d'autres interactions et notamment d'autres modes de désintégration pour le proton (*via* échange de Higgsinos par exemple, ou de squarks si la R-parité n'est pas conservée)

4.1.3 Les conséquences typiques des GUTs

La désintégration du proton

Une conséquence directe de l'existence d'une Grande Unification est la désintégration du proton. En effet, les bosons X, Y et les triplets de Higgs couplent les indices de couleurs de $SU(3)$ avec les indices d'isospin faible de $SU(2)$. Nous avons donc des interactions possibles du genre $q \to l + X$, $q + q \to Y \to q + l$,..., comme montré par les diagrammes de Feynman de la figure (4.3).

11. Il n'y en a qu'un seul, car il est auto-conjugué.

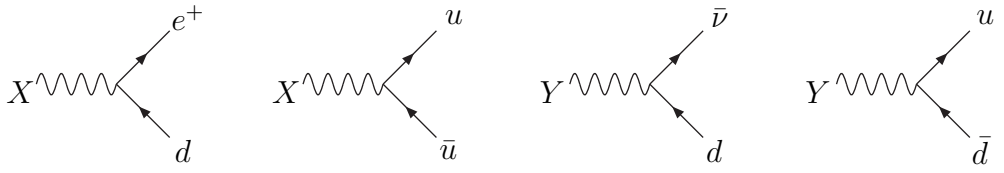

FIG. 4.3 – *Diagrammes de Feynman montrant quelques nouveaux vertex permis dans les GUT.*

Autrement dit, dans les modèles GU il y a des interactions telles que $\Delta B = \Delta L = 1$, le nombre baryonique n'est pas conservé. Rien n'empêche alors le proton de se désintégrer. Les modes de désintégration possibles incluent:

$$p \to e^+ \pi^0, \;\; \mu^+ K^0, \;\; \bar{\nu} K^+, \;\; \bar{\nu} \pi^+, ... \tag{4.25}$$

Pour évaluer le temps de vie du proton nous pouvons considérer une interaction effective à basse énergie entre 4 fermions (qui représente par exemple un processus baryon→ lepton + méson). L'interaction est médiée par l'échange d'un boson X ou Y très lourd (la GU est supposée se réaliser à $\simeq 10^{16}$ GeV et $m_X \simeq m_Y \simeq \mathcal{O}(M_{GU})$) donc l'interaction peut être considérée comme ponctuelle. L'amplitude est proportionnelle à[12] $G_X = \dfrac{g_X^2}{8m_X^2}$, et prend la forme suivante dans le modèle $SU(5)$ minimal:

$$\begin{aligned} &\left(\epsilon_{ijk} u_{R_k} \gamma_\mu u_{L_j}\right) \; G_X \; \left(2 e_R \; \gamma^\mu \; d_{L_i} + e_L \; \gamma^\mu \; d_{R_i}\right) \; , \\ &\left(\epsilon_{ijk} u_{R_k} \gamma_\mu d_{L_j}\right) \; G_X \; \left(\nu_L \; \gamma^\mu \; d_{R_i}\right) \; , \end{aligned} \tag{4.26}$$

où nous avons explicité les chiralités des fermions et nous négligeons les éventuels mélanges entre les différentes générations de quarks et leptons. Une interaction de la forme (4.26) donnerait la forme suivante du taux de désintégration:

$$\Gamma_B = C \, G_X^2 m_p^5. \tag{4.27}$$

Le facteur m_p^5 (m_p est la masse du proton) vient de considérations dimensionnelles[13] et C est un facteur qui dépend du modèle de la Grande Unification et de la dynamique hadronique du proton (qui est un ensemble complexe de 3 quarks confinés, ce qui amène des complications au calcul). Les calculs détaillés donnent dans le cas $SU(5)$ non-supersymétrique un temps de vie du proton entre 2.5×10^{28} et 1.6×10^{30} ans [4]. Ceci est en désaccord avec les mesures de SuperKamiokande:

$$\tau_p(p \to e^+ \pi^0) > 1.6 \times 10^{33} \text{ ans.} \tag{4.28}$$

De ce point de vue là aussi les prédictions du modèle non-supersymétrique ne sont donc pas en accord avec les données expérimentales. En revanche, les modèles supersymétriques ne sont généralement pas exclus par cette limite sur la désintégration du proton,

12. Par analogie avec la constante de Fermi des interactions faibles, $G_F = \frac{g^2}{8m_W^2}$.

13. Nous rappelons qu'une largeur de désintégration Γ a la dimension d'une masse.

et ceci est notamment dû à une échelle d'unification plus haute (donc à des masses des X ou Y plus élevées). Typiquement, $\tau_p \sim 10^{35}$ ans dans les modèles supersymétriques. Les futurs projets expérimentaux (Fréjus, Hyperkamiokande,...) devraient atteindre cette limite. L'observation de la désintégration du proton étant un des tests les plus importants pour les GUTs, elle est de ce fait très attendue.

Les masses des quarks et leptons

Les masses des quarks et leptons sont données, comme dans le MS, à la brisure de la symétrie électrofaible $SU(2) \otimes U(1)$. Quarks et leptons se situent dans les mêmes représentations ce qui implique des relations particulières entre leurs masses. Dans $SU(5)$ par exemple, on a les multiplets de fermions $\bar{\mathbf{5}}$ et $\mathbf{10}$ qui contiennent respectivement d_L^c, e_L et d_L, e_L^c, u_L, u_L^c (pour la première famille). Un terme de masse est donc proportionnel à[14] $(\bar{\mathbf{5}}) \otimes (\mathbf{10})$ et pour former un scalaire on peut coupler ce terme à un Higgs dans une représentation $\mathbf{5}$ ce qui nous donne :

$$\mathcal{Y}\,(\psi^i[\bar{\mathbf{5}}])_L^{\mathrm{T}} C(\chi^{ij}[\mathbf{10}])_L (H_j[\mathbf{5}])^\dagger. \tag{4.29}$$

Après la brisure, $H[\mathbf{5}] \to < 0|H[\mathbf{5}]|0 >= v_H$, on a le terme de masse

$$\mathcal{Y} v_H \left(\sum_{a=1}^{3} \bar{d}_a d_a + \bar{e}e \right). \tag{4.30}$$

La masse de l'électron est donc la même que celle du quark down, ainsi que pour les deux autres familles, à l'échelle M_{GU} :

$$m_d = m_e, \tag{4.31}$$
$$m_s = m_\mu, \tag{4.32}$$
$$m_\tau = m_b. \tag{4.33}$$

Mais il nous faut encore renormaliser jusqu'à basse énergie ou nous connaissons la valeur des masses. Pour la troisième famille, nous avons approximativement [30] :

$$\frac{m_b}{m_\tau} \simeq \left[\frac{\alpha_3(m_b)}{\alpha_3(M_{GU})} \right]^{4/7} \simeq 3, \tag{4.34}$$

ce qui est (à peu près) observé expérimentalement[15]. En incluant les corrections radiatives d'ordres supérieurs, la supersymétrie, etc, il y a toujours accord entre la relation prédite et l'expérience. Malheureusement, la renormalisation appliquée aux 2 premières familles donnent des résultats en contraction avec les mesures. Ceci veut dire qu'il faut construire un modèle non-minimal et y inclure d'autres multiplets de Higgs (des $\mathbf{45}$ par exemple). Mais d'une façon générale, l'organisation nouvelle des particules proposée par les modèles Grand-Unifiés implique des relations particulières entre les masses des quarks et leptons. Beaucoup de travaux ont donc pour but d'expliquer dans ce type de modèle le spectre de masses observé.

14. Nous rappelons que $\bar{\psi}\psi = \bar{\psi}_R\psi_L + \bar{\psi}_L\psi_R = -\psi_L^{\mathrm{T}} C \psi_L^c + h.c.$.

15. Pour $m_b \simeq 4.1 - 4.9$ GeV et $m_\tau \simeq 1.78$ GeV nous trouvons que le rapport expérimental est autour de 2.5. [1].

4.1.4 Discussion

Résumons cette section sur les modèles Grand-Unifiés en passant en revue les divers avantages et faiblesses de ce type de modèles.

◦ L'organisation des fermions d'une famille dans les représentations plus grandes ($\mathbf{10}+\bar{\mathbf{5}}$ dans le cas de $SU(5)$) rend la structure des quarks et leptons beaucoup plus simple que dans le MS.

◦ Les quarks et leptons sont dans les mêmes multiplets ce qui explique la charge électrique fractionnaire (multiple de $1/3$) des quarks et donc la quantification de la charge.

◦ Les masses des quarks et leptons sont reliées et certains rapports prédits (par exemple m_b/m_τ). Cependant, une relation viable pour les deux premières générations demanderait, par exemple, un secteur de Higgs non-minimal ou des opérateurs de dimensions 5.

◦ Ces modèles réalisent pleinement l'unification des interactions (une seule constante de couplage pour la partie non-gravitationnelle) et à haute énergie ce qui est en accord avec la stabilité observé du proton.

◦ Ces modèles sont aussi justifiés par l'unification précise des couplages suggérée expérimentalement (c'est-à-dire à la prédiction précise de $\sin^2\theta_W$ ou de α_S à partir d'une unification postulée)

◇ Malheureusement, en général les GUTs ne donnent pas d'explication sur l'origine du nombre de familles ni sur l'origine de la saveur (matrices CKM et MNS,...)

◇ Une unification à si haute énergie implique un grand "désert" de 10^{12-13} GeV. Qu'y a t'il vraiment dans cette gamme d'énergie, est-ce vraiment "désert" ?

◇ La plupart des GUT phénologiquement viables ont un secteur de Higgs compliqué incluant beaucoup de multiplets et de représentations de dimensions élevées.

Les modèles Grand Unifiés tels que présentés ici n'ont de toute façon pas la prétention de tout expliquer mais il semble très intéressant et attirant d'inclure cette idée et la plupart des ingrédients dans des modèles réalistes décrivant la physique jusqu'à de très hautes échelles d'énergie. Pour tester ces idées, il faudrait en particulier pouvoir observer la désintégration du proton (qui contraint en particulier le secteur de Higgs) et la supersymétrie qui est quasi-indispensable aux GUTs, et d'enrichir notre connaissance de la physique du neutrino (qui en quelque sorte "sonde" des énergies proches des GUTs).

4.2 La brisure de la supersymétrie

La brisure de la supersymétrie est nécessaire. En effet, nous n'observons pas de particules supersymétriques de même masses que leurs partenaires usuels: $m_e \neq m_{\tilde{e}}\,, m_\gamma \neq m_{\tilde{\gamma}}$. Or, l'algèbre de supersymétrie implique que deux états liés par une transformation de supersymétrie ont les mêmes valeurs propres pour l'opérateur P^2 donc la même masse. Il faut donc briser la supersymétrie. La question est de savoir si la brisure est explicite c'est-à-dire présente dans le Lagrangien sous-jacent à la théorie ou bien, si la brisure est spontanée, c'est-à-dire induite par un état de vide non supersymétrique. Plusieurs raisons jouent en défaveur d'une brisure explicite. C'est d'une part non esthétique, ensuite ce n'est pas une manière analogue à celle avec laquelle sont brisées les symétries de jauge, enfin, cela conduirait à des inconsistances dans les théories de supergravité. Ainsi, les théoriciens se sont concentrés sur la brisure spontanée de la supersymétrie.

Si le vide est non supersymétrique, il existe un état fermionique χ qui est couplé au vide par l'intermédiaire de l'opérateur fermionique Q (qui correspond à la charge supersymétrique) :

$$< 0|Q|\chi > = \; f_\chi^2 \; \neq \; 0. \tag{4.35}$$

Le fermion χ est l'équivalent du boson de Goldstone dans les symmetries bosoniques spontanément brisées. Le champ χ étant un champ fermionique, on l'appelle donc fermion de Goldstone ou Goldstino.

Jusqu'à présent, nous n'avons parlé de supersymétrie que dans le sens d'une symétrie globale, c'est-à-dire dont les transformations ne dépendent pas de l'espace-temps, donc n'incluant pas la gravité. C'est dans ce cadre que l'on se place pour le moment : ainsi ce que l'on brise à ce stade est une symétrie globale. Or, un problème apparaît lorsqu'on brise la supersymétrie globale: l'énergie du vide est positive. Pour le constater, il suffit de voir la valeur dans le vide de l'anticommutateur des charges Q:

$$\{Q,Q\} \propto \gamma_\mu P^\mu. \tag{4.36}$$

et donc en introduisant la relation de fermeture $|\chi >< \chi| = 1$:

$$< 0|\{Q,Q\}|0 > = \; | < 0|Q|\chi > |^2 = f_\chi^4 \; \propto < 0|P_0|0 >= E_0, \tag{4.37}$$

nous constatons ainsi que la brisure de la supersymétrie globale entraîne:

$$E_0 \; = \; f_\chi^4 \; > \; 0. \tag{4.38}$$

On obtient une valeur de l'énergie du vide strictement positive.

4.2.1 Terme F et terme D

Afin de voir comment on peut obtenir une valeur de l'énergie du vide non nulle, reprenons le potentiel effectif d'une théorie supersymétrique globale:

$$V \; = \; \Sigma_i |\frac{\partial W}{\partial \phi^i}|^2 \; + \; \frac{1}{2}\Sigma_\alpha g_\alpha^2 |\phi^* T^\alpha \phi|^2. \tag{4.39}$$

Rappelons que le premier terme est appelé terme F, et le second est le terme D. Ainsi pour obtenir une valeur de l'énergie du vide non nulle, il faut soit que le terme F soit défini positif (valeur moyenne dans le vide non nulle) soit que le terme D soit défini positif.

Terme D

L'option $D > 0$ implique de construire un modèle avec un groupe de symétrie de jauge $U(1)$. L'exemple le plus simple consiste à prendre un supermultiplet chiral avec une charge unité pour lequel le potentiel effectif est:

$$V_D \ = \ \frac{1}{2}(\xi + g\phi^*\phi)^2. \tag{4.40}$$

Le terme supplémentaire ξ n'est pas permis dans une théorie non-abélienne c'est la raison pour laquelle il nous faut utiliser une théorie qui possède un groupe de jauge $U(1)$. Le minimum du potentiel effectif est atteint pour $< 0|\phi|0 >= 0$ et alors $V_D = 1/2\xi^2 > 0$ et la supersymétrie est spontanément brisée. Dans cet état de vide, on trouve que:

$$m_\phi \ = \ g\xi, m_\psi \ = \ 0, m_V \ = \ m_{\tilde{V}} \ = \ 0. \tag{4.41}$$

On distingue nettement dans cet exemple la différence de masse entre boson et fermion qui correspondent au supermultiplet (ϕ,ψ). Malheureusement, on ne peut pas utiliser le groupe de jauge $U(1)$ de l'électromagnétisme dans le modèle standard. En effet, dans le Modèle Standard, il y a des champs qui ont des signes différents pour l'hypercharge permettant au potentiel effectif de s'annuler. On doit rajouter un nouveau groupe de jauge $U(1)$ mais aussi de nombreux nouveaux champs pour annuler les anomalies triangulaires supplémentaires qui apparaissent à cause de ce nouveau groupe de jauge. Ainsi, le modèle de brisure de supersymétrie avec un terme D n'a pas suscité énormément d'intérêt bien qu'aujourd'hui il connaisse un renouveau dans le cadre des modèles dérivés des théories de cordes.

Terme F

L'option $F > 0$ implique des champs chiraux supplémentaires avec des couplages artificiels: ceux du Modèle Standard ne suffisent pas; l'exemple le plus simple consiste à prendre trois supermultiplets chiraux A,B,C avec le superpotentiel suivant:

$$W \ = \ \alpha AB^2 \ + \ \beta C(B^2 - m^2). \tag{4.42}$$

On trouve les termes F correspondants :

$$F_A \ = \ \alpha B^2, F_B \ = \ 2B(\alpha A + \beta C), F_C \ = \ \beta(B^2 - m^2), \tag{4.43}$$

et le potentiel effectif se réécrit:

$$V_F \ = \ \Sigma_i |F_i|^2 \ = \ 4|B(\alpha A + \beta C)|^2 \ + \ |\alpha B^2|^2 \ + \ |\beta(B^2 - m^2)|^2. \tag{4.44}$$

On vérifie que les trois termes de l'équation précédente ne peuvent pas s'annuler simultanément. Ainsi, on obtient nécessairement $V_F > 0$ et la supersymétrie est brisée.

Pour conclure cette section, nous pouvons dire qu'il n'existe pas de moyen satisfaisant de briser la supersymétrie globale car d'une façon ou d'une autre, on est amené soit à rajouter de nouveaux champs de matière et des couplages artificielles, soit à introduire un nouveau groupe de jauge et d'autres champs. Dans les années 1980, des tentatives ont été faites pour "dissimuler" les champs supplémentaires dans un secteur caché mais il s'est révélé qu'il était très compliqué d'obtenir un modèle phénoménologiquement viable. De

plus, la brisure de la supersymétrie globale implique nécessairement une énergie du vide non nulle: à première vue, cela n'est pas une mauvaise chose; en effet, les observations actuelles tendent à prouver que l'énergie du vide n'est pas nulle. Le problème fondamental vient du fait que la mesure de cette énergie du vide est complétement en désaccord avec la prédiction de l'énergie du vide de la supersymétrie globale: la valeur mesurée de l'énergie du vide est:

$$\Lambda \sim 10^{-123} m_P^4, \tag{4.45}$$

alors que l'énergie du vide de la supersymétrie brisée prédit une constante cosmologique:

$$\Lambda \sim (1\ TeV)^4 \sim 10^{-64}\, m_P^4. \tag{4.46}$$

Nous obtenons une différence de 60 ordres de grandeur! Pour discuter de la brisure de la supersymétrie de manière plus satisfaisante, il faut une théorie supersymétrique incluant la gravité: c'est l'objectif du prochain chapitre.

4.2.2 Supersymétrie locale ou Supergravité

Jusqu'à présent, nous avons considéré les transformations globales de supersymétrie dans lesquelles le spineur des transformations infinitésimales E est indépendant de l'espace-temps. Nous allons maintenant considérer un spineur de transformations dépendant de l'espace-temps $E(x)$ par analogie avec les symmétries bosoniques qui, une fois rendu locales, donnent naissance aux théories de jauge.

De plus, le fait de rendre la supersymétrie locale conduit à un mécanisme analogue au mécanisme de Higgs pour briser les symétries bosoniques: le mécanisme de super-Higgs qui permettra de briser de manière élégante la supersymétrie. En prime, une théorie locale de la supersymétrie contient nécessairement, comme nous le verrons, la gravité (c'est la raison pour laquelle cette théorie se nomme la Supergravité) et ouvre la perspective d'unifier toutes les interactions des particules et les champs de matière avec des transformations de supersymétrie étendue:

$$G(J=2) \ \rightarrow\ \tilde{G}(J=3/2) \ \rightarrow\ V(J=1) \ \rightarrow\ q,\ell(J=1/2) \ \rightarrow\ H(J=0), \tag{4.47}$$

où G est le graviton de spin 2 et $\tilde{G}$ est le gravitino, son partenaire supersymétrique de spin-3/2, qui s'inscrivent tous deux dans le supermultiplet de la gravitation:

$$\begin{pmatrix} G \\ \tilde{G} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ \frac{3}{2} \end{pmatrix}. \tag{4.48}$$

La Supergravité est un ingrédient essentiel pour la compréhension des interactions gravitationnelles des particules supersymétriques, et donc nécessaire à une discussion cohérente de l'énergie du vide.

4.2.3 Supergravité

Pour comprendre pourquoi le fait de rendre la supersymétrie locale implique une présence de la gravité dans la théorie, considérons ce qui arrive si l'on applique à un super-

multiplet chiral les deux transformations de supersymétrie suivantes:

$$\delta_i\phi = \sqrt{2}\bar{E}_i\psi + \ldots, \quad (4.49)$$
$$\delta_j\psi = -i\sqrt{2}\gamma_\mu\partial^\mu\phi E_j + \ldots \quad (4.50)$$

Si l'on construit le commutateur sur les champs ϕ ou ψ, on obtient:

$$[\delta_i,\delta_j](\phi,\psi) = -2(\bar{E}_j\gamma_\mu E_j)i\partial_\mu(\phi,\psi). \quad (4.51)$$

On observe que l'effet sur les champs est équivalent à une translation d'espace-temps, puisque $i\partial_\mu \leftrightarrow P_\mu$.

Si les transformations spinorielles infinitésimales $E_{i,j}$ sont indépendantes de x, la translation est globale et la théorie est invariante par translation globale. Mais si les $E_{i,j}$ dépendent de la position dans l'espace-temps, on obtient que le commutateur appliqué au champ est équivalent à un changement de coordonnées locales sur les champs et donc la théorie est invariante par changement de coordonnées locales. Or, nous savons qu'une théorie invariante par changement de coordonnées locales contient nécessairement la gravité : l'invariance par changement de coordonnées locales est un des points de départ de la construction de la Relativité Générale qui est la théorie de la gravité.

Analogie avec les théories de jauge

Dans cette section nous verrons que le gravitino émerge naturellement comme champ de jauge de la supersymétrie. Considérons, dans un premier temps, la variation du terme cinétique d'un fermion sous une transformation de jauge:$\delta(i\bar{\psi}\gamma^\mu\partial_\mu\psi)$. Dans une transformation de jauge, le champ fermionique devient :

$$\psi(x) \rightarrow e^{i\epsilon(x)}\psi(x), \quad (4.52)$$

où $\epsilon(x)$ est une variation de phase dépendante de la position dans l'espace-temps. Ainsi, un terme supplémentaire, par rapport à une théorie où la phase est indépendante de l'espace-temps, apparaît dans la variation du terme cinétique:

$$-\bar{\psi}\gamma_\mu\psi\partial^\mu\epsilon(x). \quad (4.53)$$

Pour annuler cette variation et maintenir l'invariance du lagrangien sous les transformations de jauge, on introduit un champ dit champ de jauge: $A^\mu(x)$. Dans une symétrie de jauge abélienne, il intervient dans le Lagrangien sous cette forme:

$$\bar{\psi}(x)\gamma_\mu\psi(x)A^\mu(x) \quad (4.54)$$

et se transforme ainsi :

$$\delta A^\mu(x) = \partial^\mu\epsilon(x). \quad (4.55)$$

Dans le cas de transformations locales de supersymétrie, la variation du champ fermionique est:

$$\delta\psi(x) = -i\gamma_\mu\partial^\mu(\phi(x)E(x)) + \ldots, \quad (4.56)$$

et ainsi, la variation du terme cinétique fermionique contient un terme:

$$\propto \bar{\psi}\gamma_\mu\gamma_\nu\partial^\nu\phi\partial^\mu E(x) \quad (4.57)$$

qui est compensé par l'introduction d'un terme contenant un nouveau champ ψ_μ :

$$\kappa\bar{\psi}\gamma_\mu\gamma_\nu\partial^\nu\phi\psi_\mu(x), \tag{4.58}$$

qui se transforme comme ceci sous la supersymétrie:

$$\delta\psi_\mu(x) \;=\; -\frac{2}{\kappa}\partial_\mu E(x). \tag{4.59}$$

Le nouveau champ ψ_μ est un spineur avec un indice de Lorentz : donc il possède spin 3/2. Il est le champ de jauge de la supersymétrie : c'est un fermion de jauge. Comme il a un spin 3/2, il ne peut être que le partenaire supersymétrique du graviton de spin 2: c'est donc le gravitino.

Le Lagrangien de pure Supergravité

Considérons le plus simple Lagrangien pour un gravitino et un graviton. Il consiste en la somme du Lagrangien de Einstein-Hilbert pour la Relativité Générale (description du graviton) et celui de Rarita-Schwinger pour un champ de spin 3/2 (descrption du gravitino). Bien entendu, il faut rendre invariant le Lagrangien de Rarita-Schwinger sous transformations générales de coordonnées en covariantisant la dérivée:

$$L \;=\; -\frac{1}{2\kappa^2}\sqrt{-g}R \;-\; \frac{1}{2}\epsilon^{\mu\nu\rho\sigma}\bar{\psi}_\mu\gamma_5\gamma_\nu\mathcal{D}_\rho\psi_\sigma, \tag{4.60}$$

où $g = det(g_{\mu\nu})$ et $g_{\mu\nu}$ est le tenseur métrique:

$$g_{\mu\nu} \;\equiv\; \epsilon^m_\mu\epsilon^n_\nu\eta_{mn} \tag{4.61}$$

où ϵ^m_μ est le vierbein (qui décrit, entre autres, le champ du graviton) et

$$\mathcal{D}_\rho \;\equiv\; \partial_\rho + \frac{1}{4}\omega^{mn}_\rho[\gamma_m,\gamma_n], \tag{4.62}$$

est la dérivée covariante avec ω^{mn}_ρ la connexion de spin. Ce Lagrangien est naturellement invariant sous transformations locales de supersymétrie. Les champs se transforment de la manière suivante:

$$\delta\epsilon^m_\mu \;=\; \bar{E}(x)\gamma^m\psi_\mu(x), \tag{4.63}$$

$$\delta\omega^{mn}_\mu \;=\; 0, \tag{4.64}$$

$$\delta\psi_\mu \;=\; \frac{1}{\kappa}\mathcal{D}_\mu E(x). \tag{4.65}$$

4.2.4 Le mécanisme de Super-Higgs

Dans le Lagrangien précédent, nous n'avons pas inclus le couplage à la matière, dont nous parlerons plus tard. Cependant, nous pouvons déjà parler du mécanisme de brisure spontanée de la supersymétrie locale: le mécanisme de super-Higgs. En effet, nous venons d'introduire le gravitino qui se trouve au centre de ce mécanisme. Rappelons que dans le mécanisme de Higgs conventionnel, un boson de Goldstone sans masse (de spin 0 donc avec une seule polarisation) est absorbé par un boson de jauge sans masse (d'hélicité +

ou -1 donc avec deux états de polarisation) qui va acquérir par ce processus les degrés de liberté du boson de Goldstone et donc posséder trois états de polarisations qui lui permettent d'acquérir une masse:

$$2 \times (V_{m=0}) \ + \ 1 \times (GB) \ = \ 3 \times (V_{m\neq 0}). \tag{4.66}$$

Dans une théorie localement supersymétrique, les deux états de polarisation (hélicité + ou - 1/2) du fermion de Goldstone sans masse sont absorbés par un gravitino sans masse d'hélicité + ou - 3/2, donc avec deux états de polarisation, pour lui donner les quatres états de polarisations nécessaire à l'obtention d'une masse:

$$2 \times (\psi^{\mu}_{m=0}) \ + \ 2 \times (GF) \ = \ 4 \times (\psi^{\mu}_{m\neq 0}). \tag{4.67}$$

Ce processus brise la supersymétrie locale, puisqu'il donne une masse au gravitino alors que le graviton n'en a pas: $m_G = 0 \neq m_{\tilde{G}} \neq 0$. C'est le seul moyen consistent pour briser la supersymétrie. De plus, il peut se faire en donnant une énergie nulle au vide:

$$< 0|V|0 > = \ 0 \ \leftrightarrow \ \Lambda \ = \ 0. \tag{4.68}$$

Ainsi, on peut obtenir à la fois une brisure de la supersymétrie locale et une constante cosmologique nulle, ce qui n'était pas le cas de la brisure globale de supersymétrie.

4.2.5 Couplage de la Supergravité à la matière

Le Lagrangien complet de la Supergravité incluant les multiplets vecteurs et chiraux peut être obtenu par la méthode de calcul tensoriel locale. C'est un travail laborieux. Nous ne donnerons que quelques éléments clés sans écrire de preuves. Parmi ces expressions nouvelles par rapport à la supersymétrie globale, on trouve principalement le potentiel de Kähler. Le potentiel de Kähler est une fonction des champs scalaires (contenus dans les supermultiplets chiraux): $G(\phi,\phi^*)$. Le superpotentiel est relié au potentiel de Kähler. Ce dernier est aussi appelé variété de Kähler, car il décrit une géométrie interne qui influe directement sur les termes cinétiques des champs fermioniques et scalaires et qui détermine la masse des particules après la brisure de supersymétrie. C'est aussi un paramètre d'ordre pour la brisure de supersymétrie:

$$m_{\tilde{G}} \ \equiv \ m_{3/2} = e^{\frac{G_0}{2}} \, | < W > |, \tag{4.69}$$

où G_0 est la valeur dans le vide de G et $< W >$ est la valeur dans le vide du superpotentiel W [16].

Comme nous l'avons dit, G détermine les termes cinétiques des champs fermioniques et des champs scalaires. Dans le cas des champs scalaires:

$$L_K \ = \ G^j_i \partial^{\mu} \phi^*_j \partial_{\mu} \phi^i, \tag{4.70}$$

où G^j_i est la métrique de Kähler:

$$G^j_i \ \equiv \ \frac{\partial^2 G}{\partial \phi^i \partial \phi^*_j}, \tag{4.71}$$

16. Où $W = W_{cach} + W_{obs}$ et $< W_{obs} >= 0$, mais $< W_{cach} > \neq 0$.

Le potentiel effectif sans la présence des termes D est aussi déterminé par le potentiel de Kähler:

$$V \;=\; e^{G}[G_i(G^i_j)^{-1}G^j - 3]\, avec\, G_i \;\equiv\; \frac{\partial G}{\partial \phi^i}. \tag{4.72}$$

On remarque que ce potentiel peut s'annuler sans empêcher la brisure de supersymétrie, ce qui n'était pas le cas dans la supersymétrie globale. En effet, on peut avoir simultanément $m^2_{\tilde{G}} = e^G \neq 0$ et $V = 0$.

L'état de vide de la théorie doit correspondre à un minimum de V. Or, il se trouve que pour des formes générales de G, et pour certaines valeurs des champs, le potentiel V devient négatif: ceci constitue une catastrophe pour la cosmologie, puisque cela signifierait que la constante cosmologique est négative et donc que l'Univers s'effondre sur lui-même. Heureusement, il existe une classe particulière de potentiels de Kähler, non ngatifs. Il se trouve que c'est la classe de potentiels qui émerge des théories de cordes.

De même qu'il existe un potentiel de Kähler qui détermine la géométrie et la cinétique des champs chiraux, il existe une fonction appelée fonction cinétique notée $f(\phi)$ qui détermine les termes cinétiques des supermultiplets vecteurs.

4.2.6 Théorie effective aux basses énergies

La théorie basse-énergie trouve son origine dans une théorie haute-énergie : la théorie la plus générale de supergravité n'est pas renormalisable, mais les termes non renormalisables ne sont pas importants à basses énergies. Donc, en première approximation on peut ne garder que des termes renormalisables dans le potentiel effectif de la supergravité à basses énergies. Pour des choix génériques du potentiel de Kähler, on obtient des masses issues de la brisure de la supersymétrie non nulles pour les gauginos:

$$m_{1/2} \;\propto\; m_{\tilde{G}} \;\equiv\; m_{3/2}. \tag{4.73}$$

L'universalité des masses des jauginos correspondant aux différents groupes de jauge $SU(3)$,$SU(2)$ et $U(1)$ n'est pas systématique, mais cela émerge naturellement si la géométrie n'est pas trop compliquée, par exemple si la fonction cinétique $f(\phi)$ est un singulet. En développant le potentiel effectif, on trouve des termes proportionnels à $|\phi|^2$, qui sont interprétés comme les masses des scalaires issues de la brisure de la supersymétrie:

$$m_0 \;\propto\; m_{\tilde{G}} \;\equiv\; m_{3/2}. \tag{4.74}$$

Dans ce cas, il n'y a aucune raison théorique d'avoir universalité des masses: les modèles issus des théories de cordes brisent souvent cette universalité. Par contre, il y a de bonnes raisons phénoménologiques pour penser que les masses des scalaires avec la même charge sont identiques. En effet, dans le cas contraire, on aurait des interactions véhiculées par des Sparticules virtuelles qui provoqueraient des changements de saveurs.

Des formes génériques du potentiel effectif conduisent aussi à la présence de termes d'interaction trilinéaires issues de la brisure de supersymétrie entre particules scalaires :

$$A_\lambda \lambda \phi^3 : \;\; A_\lambda \;\propto\; m_{\tilde{G}} \;\equiv\; m_{3/2}, \tag{4.75}$$

Encore une fois, l'universalité n'a pas de raison fondamentale. Si la théorie supersymétrique inclut aussi des termes d'interaction bilinéaires comme c'est le cas dans l'extension

minimale du Modèle Standard à la supersymétrie (MSSM) avec des termes $\mu\phi^2$ où le scalaire en question est le Higgs, on s'attend à trouver aussi des termes $B_\mu\mu\phi^2$ dans le potentiel effectif.

La forme finale du Lagrangien de brisure 'explicite' de la théorie basse énergie de la supergravité suggérée par la brisure spontanée de la supersymétrie locale est:

$$-\frac{1}{2}\Sigma_a m_{1/2_a}\tilde{V}_a\tilde{V}_a - \Sigma_i m_{0_i}^2|\phi^i|^2 - (\Sigma_\lambda A_\lambda\lambda\phi^3 + \Sigma_\mu B_\mu\mu\phi^2 + \text{Herm.Conj.}), \tag{4.76}$$

qui contient de nombreux paramètres libres. La brisure de la supersymétrie est explicite dans la théorie basse énergie mais, comme nous l'avons déjà vu, elle est néanmoins douce car la renormalisation des paramètres $m_{1/2_a}$,m_{0_i},A_λ et B_μ est logarithmique, sans corrections quadratiques. Il faut souligner que ces paramètres ne sont pas fondamentaux, et que le mécanisme de brisure de la supersymétrie sous-jacent est spontanée.

La renormalisation logarithmique des paramètres signifie que l'on peut calculer leurs valeurs de basse-énergie à partir de ses valeurs à hautes énergies provenant d'une théorie des supercordes ou de supergravité. Pour le cas de la masse basse-énergie des gauginos M_a, on a :

$$\frac{M_a}{m_{1/2_a}} = \frac{\alpha_a}{\alpha_{GUT}} \tag{4.77}$$

à une boucle, où α_a est le couplage de jauge et où l'on a supposé l'unification des couplages à l'échelle de la supergravité.

Pour le cas des scalaires, on a :

$$\frac{\partial m_{0_i}^2}{\partial t} = \frac{1}{16\pi^2}[\lambda^2(m_0^2 + A_\lambda^2) - g_a^2 M_a^2] \tag{4.78}$$

avec $t = \ln(Q^2/m_{GUT}^2)$ et où les coefficients liés au groupe de jauge ont été supprimés. Dans le cas des deux premières générations, le premier terme dans la partie droite de l'équation peut être omis, car les couplages de Yukawa sont faibles. On obtient ainsi :

$$m_{0_i}^2 = m_0^2 + C_i m_{1/2}^2, \tag{4.79}$$

dans le cas où les masses initiales sont identiques pour les scalaires, et les coefficients C_i sont calculables dans tous les modèles. Le premier terme dans la partie droite de l'équation (4.78) est important pour la troisième génération et pour les bosons de Higgs du MSSM.

En effet, le signe du premier terme est positif et celui du second est négatif. Cela signifie que le dernier terme augmente $m_{0_i}^2$ lorsque l'échelle de renormalisation Q diminue, alors que le terme positif fait diminuer $m_{0_i}^2$ lorsque Q diminue. Dans le cas du boson de Higgs H_u, le terme positif n'est pas négligeable car H_u a un couplage de Yukawa élevé avec le quark top: $\lambda_t \sim g_{2,3}$. Une observation très intéressante est que la brisure de symétrie spontanée électrofaible est expliquable. En effet, on retrouve la forme du potentiel de brisure électrofaible de manière naturelle puisque $m_{H_u}^2$ devient négatif à basse énergie. Ainsi, la brisure spontanée de supersymétrie entraine la brisure spontanée de la symétrie électrofaible. Cela se produit à une échelle d'énergie exponentiellement plus petite que l'échelle de la supergravité:

$$\frac{m_W}{m_P} = exp(\frac{-\mathcal{O}(1)}{\alpha_t}) : \quad \alpha_t \equiv \frac{\lambda_t^2}{4\pi}. \tag{4.80}$$

Les calculs d'évolution permettent de démontrer que $m_W \sim 100$ GeV émerge naturellement si $m_t \sim 60$ to 200 GeV, ce qui a été confirmé ensuite par des expériences.

4.2.7 Conclusion sur la brisure de la supersymétrie locale

Comme nous l'avons vu, la brisure de supersymétrie locale serait induite par le mécanisme de super-Higgs. Cependant, le détail du mécanisme de brisure reste un grand mystère. Pour que les sparticules soient plus lourdes que les particules, tout en restant à une masse inférieure à 10 Tev (pour permettre la stabilisation des bosons de Higgs), une méthode consiste à ajouter des champs non présents dans la théorie. On appelle ce secteur, le secteur caché. Dans certains modèles, le secteur caché communique gravitationnellement avec le secteur observable. Dans d'autres modèles, les messagers sont des bosons de jauge. Dans le secteur caché, on suppose l'existence d'une interaction forte qui permet la brisure dynamique de la supersymétrie à une échelle élevée. Dans le cas de l'interaction forte usuelle, le passage de la zone perturbative à la zone non pertubative de la théorie à basse énergie provoque la condensation et le confinement des quarks. Par analogie, on attend un condensat de jauginos[32] dans le secteur caché, ce qui briserait la supersymétrie. Par exemple, dans la théorie des cordes hétérotiques dont le groupe de jauge est $E_8 \times E_8$, le premier groupe exceptionnel contient le modèle standard alors que le second facteur décrit le secteur caché, dans lequel apparait le condensat de jauginos.

Les théories de cordes donnent naissance à des théories spécifiques de supergravité dites no-scale. Dans ces modèles, la masse du gravitino est indéterminée au niveau de l'arbre car le potentiel effectif est constant. Dans un tel modèle, il n'y a qu'une seule échelle de masse au départ: celle de Planck. La masse du gravitino provient alors des corrections radiatives au potentiel effectif. La forme de ce potentiel au niveau de l'arbre ne fournit pas de termes de masse provenant de la brisure de supersymétrie pour les scalaires. Pourtant, il existe des moyens de communiquer la brisure de la supersymétrie[35] au secteur observable. Par exemple, dans ces théories de "no-scale" supergravité provenant des théories de cordes, il existe souvent un second champ scalaire du secteur caché qui paramétrise la fonction cinétique des bosons de jauge et permet aux gauginos d'obtenir une masse. Les masses des particules scalaires sont alors données par les corrections radiatives lorsque l'on amène les paramètres de la théorie vers l'échelle électrofaible.

Pour conclure ce paragraphe, il est intéressant de regarder ce que devient l'énergie du vide ou la constante cosmologique après renormalisation. On parle bien évidemment du vide de la théorie supersymétrique sous-jacente. Les corrections à boucle sur l'énergie du vide sont quadratiquement divergentes dans une théorie générique de supergravité, ce qui suggère une contribution à l'énergie du vide de l'ordre de $m_{3/2}^2 m_P^2$ et donc $O(10^{-32})m_P^4$. Cette contribution est supprimée dans certains modèles, qui ont une correction à une boucle de l'ordre de $O(10^{-64})m_P^2$. Pourtant, il faudrait sans doute une symétrie supplémentaire pour amener la constante cosmologique au niveau requis, soit $10^{-123}m_P^4$. Ceci nous conduit maintenant à discuter de la théorie des cordes, qui est notre meilleur candidat pour une Théorie de Tout incluant la gravité.

4.3 Vers une "Théorie de Tout"

4.3.1 Les problèmes de la gravité quantique

Un des éléments fondamentaux qui manquent à notre compréhension de l'Univers et des interactions fondamentales est l'unification des deux grandes théories du XXème siècle : la relativité générale et la mécanique quantique. Ecrire une théorie unifiée est un des enjeux majeurs de notre siècle. La solution du problème de la constante cosmologique devra se situer dans le cadre d'une telle "Théorie de Tout".

La gravitation échappe à la théorie quantique surtout car des infinis incontrôlables et non renormalisables apparaissent lorsque l'on veut calculer des diagrammes contenant des boucles avec des gravitons. Ces corrections sont des puissances qui divergent de plus en plus rapidement lorsqu'on augmente l'ordre du calcul perturbatif, parce que la constante de couplage de la gravitation possède une dimension.

Il existe aussi des problèmes non perturbatifs qui émergent lorsque l'on cherche à quantifier la gravitation. Ces problèmes sont pour la première fois apparus lorsque les physiciens se sont intéressés aux trous noirs. Le trou noir est une solution non perturbative des équations de la Relativité Générale dans laquelle la courbure de l'espace-temps liée aux forces gravitationnelles devient très importante : aucune particule ne peut sortir de l'horizon qui l'entoure. L'existence de cet horizon est liée aux questions d'entropie et de température des trous noirs. En effet, la masse d'un trou noir est proportionnelle à la surface de son horizon, qui se situe au rayon de Schwarzschild: $r_s = \frac{G\,m}{c^2}$:

$$S \ = \frac{1}{4}\, A. \tag{4.81}$$

où A est la surface et S l'entropie.

Lorsque la masse d'un trou noir augmente, sa surface augmente, et aussi son entropie. Proche de l'horizon du trou noir, les effets quantiques créent des paires de particules, dont une est virtuelle et se trouve à l'intérieur du trou noir tandis que l'autre est réelle et se trouve à l'extérieur de l'horizon. Cette dernière est rayonnée par le trou noir : c'est que l'on appelle le rayonnement d'Hawking. Cette radiation est stochastique, avec tous les charactéristiques d'une radiation thermique émise par un corps noir. Cet effet est à rapprocher de l'effet Unruh, selon lequel un observateur dans un référentiel accéléré detecte une radiation thermique. Dans le cas d'un trou noir, sa température est liée à sa masse :

$$T \ = \frac{M}{2\pi}. \tag{4.82}$$

L'entropie du trou noir reflète la perte d'information à travers son horizon, et l'état thermique de la radiation de Hawking, d'une nature stochastique, en est l'expression. Pour la décrire, il faut utiliser un état quantique mixte. Or, on peut imaginer la préparation d'un trou noir à partir d'un état pur. Donc il faut envisager une transition entre un état mixte et un état pur, ce qui n'est pas admis par la mécanique quantique habituelle. On peut voir ce problème déjà au niveau de la radiation de Hawking : considérons un état quantique pur composé de deux particules A,B dans une superposition d'états individuels : $|A,B> \equiv \sum_i c_i |A_i> |B_i>$. Si la particule A tombe dans le trou noir et B s'échappe, l'information tenue par la particule $|A>$ est perdue :

$$\sum_i c_i |A_i B_i >< A_i B_i| \rightarrow \sum_i |c_i|^2 |B_i >< B_i| \tag{4.83}$$

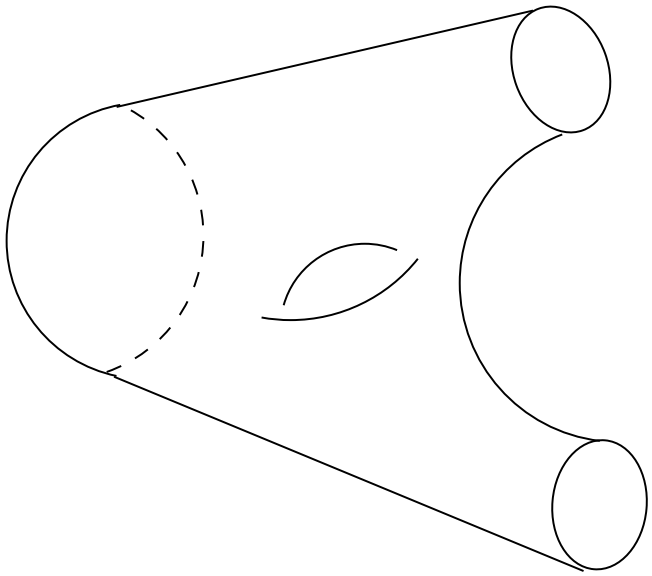

FIG. 4.4 – *Une représentation d'une interaction en théorie des cordes.*

et B émerge dans un état mixte! Or, la mécanique quantique ne permet pas l'évolution d'un état pur en état mixte.

Cette discussion met en évidence un conflit entre la théorie quantique et la Relativité Générale. Au moins un de ces deux piliers de la physique du XXème siècle doit être modifié. Les physiciens des particules préfèrent modifier la Relativité Générale en l'élevant à la théorie des cordes. Nous continuons avec cette théorie.

4.3.2 Introduction à la théorie des cordes

Comme nous avons déjà vu, un des problèmes majeurs de la gravité quantique est la présence d'un nombre illimité de divergences. Ces divergences peuvent être reliées à l'absence de cut-off (coupure) à courtes distances dans les théories de champs usuelles où les particules sont ponctuelles. En effet, on peut rapprocher de manière infinie proche des objets ponctuels, donnant ainsi naissance à des interactions infinies:

$$\int^{\Lambda\to\infty} d^4k \left(\frac{1}{k^2}\right) \leftrightarrow \int_{1/\Lambda\to 0} d^4x \left(\frac{1}{x^6}\right) \sim \Lambda^2 \to \infty. \tag{4.84}$$

On peut adoucir voire effacer ces divergences si l'on impose un cut-off naturel.

Pour faire ceci, il suffit de considérer des objets étendus plutôt que ponctuels pour réduire voire supprimer ces divergences. L'option la plus simple est de remplacer les particules ponctuelles par des objets unidimensionnels : les cordes. Les lignes d'univers associées à ces objets étendus deviennent des surfaces d'Univers (world-sheets). Si les cordes sont fermées, on obtient des tubes dans l'espace-temps, qui forment des circuits de plomberie lorsqu'ils interagissent entre eux, comme indique la figure 4.4. On peut imaginer étendre ce principe a des objets avec davantage de dimensions comme des membranes, dont les lignes d'Univers se transforment en "volumes d'Univers". Nous reviendrons à ces objets lorsque nous parlerons des aspects non perturbatifs de la théorie.

Historiquement les théories de cordes furent introduites pour décrire les interactions fortes avant que ne soit développée la QCD. Les états liés l'étaient par l'intermédiaire

de cordes possèdant une certaine tension. Les amplitudes des processus lors desquels deux particules donnent n particules pouvaient être directement dérivées d'une théorie quantique des cordes. Avec l'avènement de la QCD, la théorie des cordes fut presque oubliée comme théorie des interactions fortes[17]. En plus, il a été reconnu que l'unitarité nécessitait que les cordes fermées soient présentes dans la théorie.

Il apparaissait que le spectre des états quantiques de la corde fermée incluerait une particule de spin-2 et sans masse, ce qui était un inconvénient pour une théorie de l'interaction forte. Pourtant, cela fournit l'idée que les cordes pouvait être une Théorie de Tout: en effet, une particule de spin 2 sans masse peut être interprétée comme un graviton, et dans ce cas la tension de la corde deviendrait beaucoup plus élevée : $\mu = O(m_P^2)$.

Le spectre d'excitation des cordes fournit un nombre infini de différentes particules. Puisque les cordes se propagent sur une surface d'Univers, le formalisme est bidimensionnel. Les vibrations des cordes peuvent être décrites en terme d'ondes qui propagent dans les deux sens autour de la corde fermée, vers la gauche ou vers la droite :

$$\phi(r,t) \rightarrow \phi_L(r-t), \phi_R(r+t). \tag{4.85}$$

Si la corde est fermée, les ondes gauches et droites sont indépendantes. Après quantification, on peut réécrire la théorie comme une théorie de champs à deux dimensions, car on travaille sur des surfaces d'Univers. Comparée à une théorie à quatre dimensions, il est relativement simple d'obtenir une théorie finie. Dans ce cas, la théorie possède une symétrie conforme qui est décrite par un groupe de symétrie de dimension infinie à deux dimensions. Cette symétrie classique ne doit pas être brisée par des anomalies lorsqu'on rend la théorie quantique. Annuler l'anomalie conforme implique que dans un espace-temps plat les ondes gauches et droites sont toutes les deux équivalentes à 26 bosons si la théorie n'a pas de supersymétrie et à 10 supermultiplets de bosons et fermions si la théorie possède une supersymétrie N=1 sur la surface d'Univers.

4.3.3 Les grandes classes de théories de cordes

Parmi les modèles de théories de cordes consistantes, on trouve la *corde bosonique*, une théorie en 26 dimensions qui ne contient pas de fermions. La corde bosonique a un vide instable, c'est-à-dire qu'un espace-temps plat est instable.

On a aussi des modèles de *supercordes* consistants en 10 dimensions, qui contiennent des fermions et possèdent des vides stables, donc des espaces-temps plats stables, mais n'ayant pas de fermions chiraux.

Le modèle de *corde hétérotique en* 10 *dimensions* est aussi un modèle supersymétrique, mais il possède en plus du modèle précédent des fermions chiraux, car la violation de la parité a été intégrée puisque les ondes gauches et droites sont traitées différemment. Cette théorie est appelée hétérotique car elle est contruite à partir d'une théorie de supercordes pour la partie fermionique et d'une théorie de cordes bosoniques à 26 dimensions pour la partie bosonique. Les 16 dimensions supplémentaires qui sont autant de degrés de liberté supplémentaires sont perçues comme des champs supplémentaires dans la théorie à 10 dimensions.

Enfin, on peut citer les modèles de *cordes hétérotiques en* 4 *dimensions* qui sont obtenus en compactifiant les six dimensions supplémentaires à des rayons de l'ordre de la longueur

17. Quelques théoriciens continuent à travailler sur ce sujet.

de Planck, ou alors en travaillant directement à 4 dimensions en remplaçant les dimensions manquantes par d'autres degrés de liberté internes comme des fermions ou des groupes de symétrie. De cette manière, il a été possible d'incorporer un groupe de jauge unifié et même des modèles ressemblant au Modèle Standard.

Les théories de supercordes

Comme nous l'avons dit, le modèle de corde bosonique possède beaucoup plus de désavantages que les autres modèles: il a 26 dimensions, pas de fermions et un vide instable! Les physiciens se sont donc concentrés sur des modèles supersymétriques donc de supercordes. Or, il existe cinq théories de supercordes :

- le type IIA qui se réduit à basse énergie à une supergravité non chirale $N = 2$ à $d = 10$ dimensions ;

- le type IIB qui se réduit à basse énergie à une supergravité chirale $N = 2$ à $d = 10$ dimensions ;

- la théorie hétérotique $E(8) \times E(8)$ qui se réduit à basse énergie à une supergravité $N = 1$ à $d = 10$ couplée à une théorie de Yang-Mills avec le groupe de jauge $E(8) \times E(8)$;

- la théorie hétérotique $SO(32)$ qui se réduit à basse énergie à une supergravité $N = 1$ à $d = 10$ couplée à une théorie de Yang-Mills de groupe de jauge $SO(32)$;

- le type I qui contient à la fois des cordes ouvertes et fermées et qui se réduit à une supergravité $N = 1$ à $d = 10$ couplée à une théorie de Yang-Mills de groupe de jauge $SO(32)$.

Chacune de ces théories est différente de l'autre. La théorie type I est la seule qui contienne à la fois des cordes ouvertes et fermées alors que les autres ne contiennent que des cordes fermées. De plus, la structure de jauge des cinq théories est sensiblement différente dans leur structure à basse énergie. Nous sommes donc en présence de cinq théories qui permettent apparemment de décrire la gravité comme une force quantique et qui sont différentes. Comment comprendre cela ? Existe-t-il un lien entre les différentes théories?

4.3.4 La structure non-perturbative de la théorie

Dans la construction des théories de cordes, les physiciens ont commencé par travailler sur une théorie de première quantification, c'est-à-dire une théorie où l'on quantifie la position et l'impulsion. Dans cette théorie, les interactions sont introduites à la main et ne peuvent pas dériver d'une seule action. L'unitarité doit être vérifiée pas à pas. La formulation est sur couche de masse. La formulation de la théorie est perturbative.

La théorie de seconde quantification (ou théorie des champs) des cordes quantifie les champs. Les interactions y sont explicites dans l'action, l'unitarité est en principe garantie si le Hamiltonien est hermitien, la théorie peut être formellement écrite perturbativement ou non perturbativement, et la théorie possède une formulation hors couche de masse. Le grand problème de la théorie des champs de cordes est que, bien que sa formulation soit indépendante d'une théorie de perturbation, elle est actuellement trop difficile pour être résolue dans une région non perturbative (forts couplages).

L'idée clé pour sonder et comprendre la structure non perturbative de la théorie est d'utiliser la dualité. La notion de dualité peut être comprise facilement en considérant la théorie du champ magnétique et du champ électrique. Les équations de Maxwell sont

invariantes par les transformations de dualité suivantes : l'on change E en $-B$ et B en $-E$ et l'on change e en g, où g est la charge d'un monopole magnétique. Or, dans le théorie quantique $e\,g = 2\pi\,n$ où n est un entier. On conclut donc que la théorie du champ électrique défini dans une région à fort couplage (e grand) est équivalente à une théorie du champ magnétique où le couplage est faible (g petit) et vice-versa. On voit sur cet exemple que l'on peut sonder la théorie électrodynamique à fort couplage (donc difficile à résoudre) en étudiant une théorie de monopoles magnétiques à faible couplage.

C'est exactement le même principe que l'on applique aux théories de cordes. Les différentes théories de cordes sont reliées par un réseau de relations de dualité qui permet de comprendre la région non perturbative d'une théorie en utilisant la zone non perturbative d'une autre théorie. D'autre part, ces relations de dualité laisse supposer qu'une théorie mère gouverne toutes les théories de cordes comme dans le cas de l'électromagnétisme: on a la théorie du champ magnétique reliée à la théorie du champ électrique par dualité, cela implique l'existence d'une théorie regroupant les deux théories : l'électromagnétisme. La théorie mère de ces théories des supercordes est appelée la *M-théorie*. La lettre M pourrait avoir le sens de *mre*, ou peut signifier le mot *membrane*, ou bien *magique* ou *mystrieuse*, et certains y entendent le mot *matrice*, d'après une autre formulation de la théorie.

Mais tout d'abord, citons quelques conséquences de l'existence de la dualité. Des objets étendues de dimensions supérieure à un, appelées membranes, apparaissent lorsqu'on étudie des solutions non perturbatives des théories de supercordes, et aussi de supergravité en dimension 10 ou 11. Ce sont des solutions classiques des équations du mouvement : *solitons* qui ont des masses:

$$m \propto \frac{1}{g_s}. \tag{4.86}$$

Il est clair que ces membranes deviennent des états légers lorsqu'on augmente le couplage g_s. On peut, par dualité, étudier le régime de couplage fort de ces objets dans une certaine théorie en étudiant un objet dual dans une autre théorie où le couplage est faible et où les calculs sont (en principe!) faisables puisque perturbatifs.

Parmi ces solitons , solutions non perturbatives des théories de supercordes, on trouve une classe particulière appelée membranes de Dirichlet ou D-membranes: les extrémités de cordes ouvertes y sont rattachées. Un exemple de l'utilisation de ces membranes est le calcul de l'entropie d'un trou noir dont nous avons discuté préalablement. Le trou noir est décrit par une D-membrane sur laquelle sont agglutinées des cordes. On parle d'ailleurs de boules de cordes. Pour calculer l'entropie d'un trou noir, il suffit donc de calculer le nombre d'états de la D-membrane.

La dualité simplifie le calcul. L'existence d'un trou noir implique un couplage fort, mais on peut se ramener au calcul des différents états d'une corde à couplage faible (ce qui est bien connu) et par dualité revenir aux différents états de la membrane à couplage fort. Pour certains types de trous noirs et pour certaines théories de cordes, on retrouve la formule d'entropie macroscopique de Hawking et Bekenstein. Enfin, le paradoxe dont nous parlions à propos de l'état pur qui devient mixte est maintenant réglé. En effet, le système de deux particules A,B qui était dans un état pur et qui semblait évoluer vers un état mixte peut être maintenant perçu comme un état intriqué avec l' état du trou noir. Or, l'état quantique de ce dernier n'est pas facilement accessible physiquement puisque l'on ne peut pas sortir d'informations d'un trou noir.

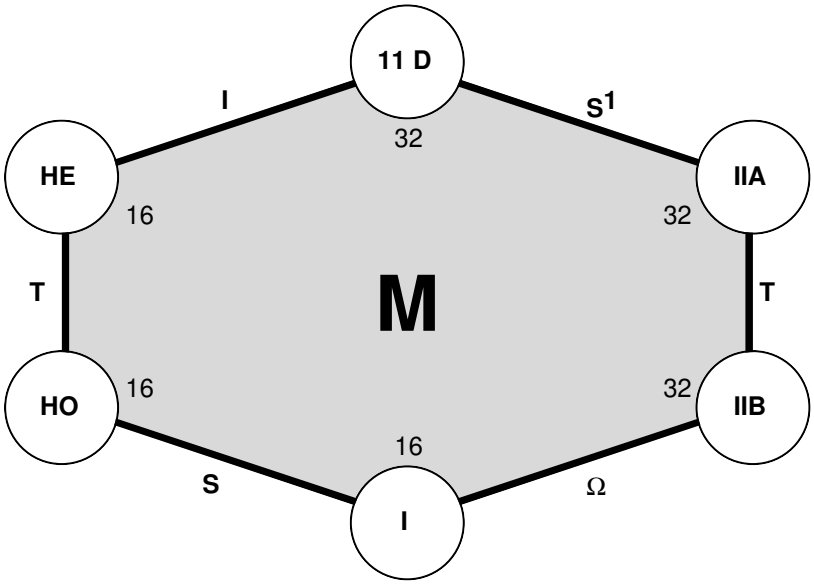

FIG. 4.5 – *Les différents vides de la M-théorie reliés par les différentes relations de dualité. Les nombres* 16 *et* 32 *sont le nombre de composantes d'un spineur dans la théorie.*

La M-théorie

Les relations de dualité entre les cinq théories de supercordes impliquent que ces cinq théories ne sont pas autre chose que des solutions différentes d'une seule théorie, la M-théorie. Dans cette approche, les théories de supercordes ne sont rien d'autre que des développements autour des différents vides (un pour chaque théorie) d'une même théorie. La M-théorie vit, quant à elle, dans un espace-temps à 11 dimensions: ce serait la limite à couplage fort de la théorie IIA et de l'hétérotique $E(8) \times E(8)$. En compactifiant la M-théorie sur un cercle on retrouve la théorie type IIA , en la compactifiant sur un cercle divisée par Z_2, on retrouve la théorie hétérotique $E(8) \times E(8)$. On ne connait pas l'action de cette M-théorie, mais on sait que la théorie effective aux basses énergies de la M-théorie est la supergravité $d = 11$ avec $N = 1$.

La théorie IIA et la M-théorie sont reliées par la S-dualité qui associe une observable $f(g_s)$ de la théorie IIA à une observable $f\prime(g_s)$ de la M-théorie de sorte que $f(g_s) = f\prime(\frac{1}{g_s})$. Le résultat important qui ressort de la S-dualité appliquée à la théorie type IIA est l'existence de la M-théorie en 11 dimensions avec un couplage directement relié à la dimension de la onzième dimension. Ainsi, on obtient :

$$R_{11} \; = \; (g_s)^{\frac{2}{3}}. \tag{4.87}$$

La onzième dimension n'apparaît visible que dans la limite de couplage fort. C'est la raison pour laquelle cette dimension supplémentaire n'avait pas été perçue avant l'avènement de la dualité: en n'ayant accès qu'au domaine perturbatif, il était impossible de la déceler. Comme la taille de la onzième dimension est liée inversement au couplage, l'unification des couplages est fonction de la taille de cette onzième dimension. Or, il se trouve que pour que les couplages s'unifient, la taille de cette onzième dimension doit être supérieure à celles des six autres dimensions supplémentaires. En compactifiant les six dimensions à une échelle de l'ordre de M_{GUT} donc 10^{16} GeV , on obtient une taille de l'ordre de $(10^{12}\, GeV)^{-1}$ à $(10^{13}\, GeV)^{-1}$ pour la onzième dimension (appelée R_{11}) pour que l'unification des quatre

couplages ait lieu à M_{GUT}. Ainsi, à des énergies comprises entre 10^{12} Gev et 10^{16} GeV, le monde apparaît de dimension cinq. On peut représenter l'étape intermédiaire à cinq dimensions par deux plateaux de dimensions 4 mais qui, à haute énergie, ont chacun 10 dimensions: les six autres ont été compactifiées. Les deux plateaux ou membranes sont séparées par la onzième dimension.

Dans une autre approche, on unifie d'abord les trois couplages des groupes de jauge à M_{GUT}, et puis le couplage gravitationnel rejoint les trois autres couplages à une échelle d'énergie plus haute M_{11}. Dans ce cas, on trouve que M_{11} est environ deux fois plus grand que M_{GUT} et que R_{11} est de l'ordre de $(10^{14}\,GeV)^{-1}$ à $(10^{15}\,GeV)^{-1}$.

Un lien peut maintenant être fait avec la brisure de supersymétrie dans un secteur caché : notre monde et tous ses champs sont contraints de rester sur une des deux membranes, et le secteur caché est sur l'autre membrane. Seuls les champs gravitationnels (nous parlons au pluriel car on trouve le graviton, le gravitino et le dilaton) peuvent se propager dans le bulk, c'est-à-dire dans la dimension supplémentaire, et la supersymétrie est brisée dans le secteur caché, c'est-à-dire sur la membrane cachée. La brisure est ensuite transmise au secteur visible par les champs gravitationnels. Ainsi, des mécanismes fondés sur des modèles de supergravité $d = 11$ couplée à une théorie de Yang-Mills avec groupe de jauge $E(8) \times E(8)$ sont proposés pour décrire la brisure de supersymétrie. Le secteur caché correspond à un groupe de jauge $E(8)$ et le secteur visible à l'autre. On peut citer le mécanisme de condensation de gauginos qui brise la supersymétrie dans le secteur caché: lorsqu'on diminue l'énergie et qu'on passe une certaine valeur, une interaction forte du secteur caché fait condenser deux gauginos et brise la supersymétrie.

Nous conclurons ce paragraphe par citer ce qu'il reste à accomplir. Le plus grand travail sera d'écrire l'action de la M-théorie et quantifier la théorie. On suppose, à cause de sa théorie basse énergie - la supergravité à 11 dimensions - que la théorie contient des 2-membranes et des 5-membranes qui apparaissent comme des cordes fermées à plus basses dimensions, mais actuellement on ne sait pas quantifier l'action d'une membrane avec les techniques connues. D'autre part, on ne sait pas clairement comment ces membranes interagissent bien que, grâce à la dualité, on puisse donner les excitations des membranes en termes de cordes. La M-theorie ne peut pas dans l'état actuel de son développement prédire la valeur de la constante cosmologique ou expliquer pourquoi la supersymétrie est brisée. Enfin, la M-théorie devra une fois écrite permettre de déterminer l'énergie d'unification sans avoir à ajuster la taille de la onzième dimension: elle devra donc permettre de prédire à la fois la taille de cette dimension mais aussi la valeur de l'énergie d'unification des couplages.

4.3.5 Compactifications, prédictions et limites des théories de supercordes

Une prédiction importante de la théorie perturbative des cordes est la valeur de l'énergie d'unification:

$$M_{GUT} = O(g) \times \frac{m_P}{\sqrt{8\pi}} \simeq \text{few} \times 10^{17}\text{GeV}. \tag{4.88}$$

Cette valeur est environ 20 fois plus grande que la valeur calculée par une approche qui monte depuis les basses énergies vers les hautes énergies ... Pourtant, il est impressionnant que l'estimation (4.88) soit si proche d'un calcul qui traverse 14 ordres de grandeur des basses énergies vers les hautes! Comme nous l'avons déjà fait remarquer, dans la M-theorie,

la onzième dimension peut être réglée de manière à ce que tous les couplages s'unifient à 10^{16} GeV. Il est cependant important de constater que deux approches différentes, la théorie quantique des champs et sa renormalisation d'une part et la théorie des cordes d'autre part conduisent, à des valeurs de l'énergie d'unification qui sont si proche.

Parmi les limitations de la théorie des cordes, on trouve le problème de la compactification donc, finalement, le lien avec notre monde à 4 dimensions.

Les moyens de compactifier la théorie, c'est-à-dire, rendre invisibles les dimensions supplémentaires, sont innombrables. On a beaucoup d'options pour retrouver le modèle standard plus d'autres interactions non observées. Comment choisir parmi toutes les possibilités pour compactifier? Est-ce qu'il faut choisir une variété, ou bien un espace avec une géométrie généralisée, un orbifold, par exemple? La première option étudiée en détail afin de maintenir la supersymétrie était de compactifier sur une variété de Calabi-Yau. Or, toute compactification sur un espace Calabi-Yau est paramétrisée par les champs de moduli qui décrivent les possibles déformations de ces espaces : *a priori*, les champs de moduli n'ont pas de valeur déterminée.

Cela revient à se poser la question de savoir quel est l'état de vide de la théorie à 4 dimensions. L'énergie du vide à 4 dimensions devrait correspondre correspondre à la constante cosmologique. Or, il y a un nombre énorme d'états de vide possibles après compactification à 4 dimensions qui pourraient correspondre à cette énergie: le problème de la dégénérescence du vide reste à resoudre.

4.4 Les dimensions supplémentaires

4.4.1 Pourquoi (pas) des dimensions supplémentaires?

Les dimensions supplémentaires sont présentes dans les théories de cordes comme nous l'avons vu. Pourtant, l'idée d'un espace-temps à plus de quatre dimensions date des années 1920: Kaluza et Klein furent les premiers à introduire une dimension supplémentaire dans le but d'unifier électromagnétisme et gravitation. L'électromagnétisme pouvait s'expliquait géométriquement comme la gravitation si l'on ajoutait une dimension supplémentaire (une ligne et une colonne de plus à la matrice représentant le tenseur métrique). En compactifiant cette dimension, ils montrèrent que l'on retrouvait les lois de l'élecromagnétisme telles qu'elles sont dans notre monde à quatre dimensions.

Les théories modernes proviennent plus ou moins de la M-théorie où deux membranes sont séparées par une dimension supplémentaire. Pourtant, ces théories s'en éloignent plus ou moins fortement. En effet, la M-théorie et sa version basse énergie - la supergravité en dimension 11 couplée à une théorie de Yang-Mills de groupe de jauge $E(8) \times E(8)$ - semble n'autoriser que les champs gravitationnels à se propager dans toutes les dimensions et contraint les champs qui font notre monde sur une membrane et les champs du secteur caché sur l'autre membrane; de plus, la dimension de la onzième dimension est déterminée par l'unification des couplages. Alors que dans les théories de Kaluza et Klein, on peut trouver différentes tailles pour la (ou les) dimension(s) supplémentaire(s), et toutes les variantes possibles pour la localisation des champs, y comprise la propagation des champs de jauge dans des dimensions supplémentaires.

4.4.2 Les différents types de modèles

Il existe de nombreux modèles différents. Les deux classes principales sont celle où la dimension supplémentaire est *plate* et celle où elle est *courbe*.

Dans le premier cas, on trouve des modèles avec dimension supplémentaire plate grande, c'est-à-dire pouvant aller jusqu'à 0.1 mm qui est la limite haute de taille de dimension supplémentaire d'après des expériences de type Cavendish. La taille de la ou des dimensions supplémentaires affecte directement la masse de Planck $M_\star$ dans l'espace à $4+n$ dimensions:

$$M_p \;=\; M_\star^{2+n}\, R^n, \tag{4.89}$$

où R est la taille de la dimension supplémentaire. Par exemple, dans le cas où $n=2$ et si l'on se fonde sur une théorie de cordes pour écrire que

$$M_\star^{2+n} \;=\; \frac{1}{g_s\, g_{ym}^2} M_s^{2+n}, \tag{4.90}$$

avec M_s de l'ordre du TeV, on obtient des limites sur la taille des dimensions supplémentaires par la cosmologie qui donnerait $R \leq 10^{-8}$cm si seule la gravité se propage dans les dimensions supplémentaires. Dans chacun des modèles, on peut choisir d'autoriser certains champs à se propager dans toutes les dimensions et d'autres à rester localisés sur les membranes.

Parmi les modèles avec une dimension supplémentaire courbe, citons le modèle de Randall-Sundrum, où il y a deux membranes. Les champs du Modèle Standard sont localisés sur une membrane et la gravitation se propage partout. Randall et Sundrum ont montré[33] que l'on pouvait redéfinir le problème de hiérarchie entre la masse de Planck et l'échelle électrofaible sans avoir à faire appel à la supersymétrie. Il existe cependant des modèles supersymétriques de ce type où la supersymétrie est brisée par des anomalies.

4.4.3 Signatures expérimentales

Il est possible de déceler la présence de dimensions supplémentaires à l'échelle du TeV au LHC. Pour cela, il faut bien évidemment que les particules en jeux puissent sentir la présence de la (ou des)dimension(s) supplémentaire(s). Les signatures typiques sont des excitations dites de Kaluza-Klein ; des résonnances dans l'évolution des sections efficaces des réactions en fonction de l'énergie peuvent apparaitre. Elles sont dues au "tours" d'excitations de Kaluza-Klein. On peut comprendre ces "tours" en faisant une analogie avec une particule qui rencontre un puit de potentiel en mécanique quantique: son énergie va être quantifiée dans le puit fournissant une tour d'excitations. Dans notre cas, la dimension supplémentaire joue le rôle du puit.

D'autres signatures pourraient être fournies par la création d'un micro trou noir. En effet, tout objet peut se transformer en trou noir s'il est contracté en deça de son rayon de Schwarschild qui est défini par $\frac{Gm}{c^2}$. Bien évidemment, plus la masse est grande, plus l'on peut obtenir facilement le rayon de Schwarschild. Or, comme on l'a vu, les dimensions supplémentaires peuvent augmenter la valeur de G. Donc s'il y a des dimensions supplémentaires de taille suffisante, on peut espérer avec les énergies en jeu au LHC passer en deça du rayon de Schwarschild et créer des micro trous noirs. Ceux-ci devraient s'évaporer rapidemment, puisque le rayonnement de Hawking implique que le trou noir rayonne de manière inversement proportionnelle à sa masse. Des études par les collaborations ATLAS et CMS ont démontré que ce rayonnement de Hawking serait sans doute visible au LHC.

4.4.4 Des dimensions en moins à haute énergie?

Tandis que ce n'est pas prévu dans le théorie des cordes, il est possible qu'au moins quelques-unes des dimensions de l'espace-temps paraissent discrètes à hautes énergies. Le principe est d'imposer un cut-off non par la dimension donnée aux particules comme c'est le cas en théorie des cordes, mais par la structure interne de l'espace-temps. Comme dans les théories de champs sur le réseau, le mouvement est décomposé en une succession de bonds d'un point discret de l'espace à un autre. Aux basses énergies, la résolution expérimentale n'est pas suffisante pour détecter ces bonds, et une dimension discrète ressemble à une dimension continue. Pourtant, aux hautes énergies, cette dimension disparaît, et la dimensionalité de l'espace-temps diminue!

4.5 L'énergie noire

Nous terminons ce cours avec un des plus grands mystères de la Physique contemporaine: la mystérieuse énergie noire. Commençons par nous rappeler des équations de la Relativité Générale:

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}Rg_{\mu\nu} = kT_{\mu\nu}, \tag{4.91}$$

où $R_{\mu\nu}$ est le tenseur de Ricci (ou de courbure) , R sa trace et $T_{\mu\nu}$ est le tenseur d'énergie-impulsion. Ces équations relient la géométrie de l'espace-temps à la présence de matière (ou d'énergie). Pourtant, cette forme n'est pas la forme la plus générale. En effet, cette équation vient de l'intégration d'une équation. On a la conservation du tenseur énergie-impulsion: $\nabla_\mu T^{\mu\nu} = 0$ où ∇_μ est la dérivée covariante et on a aussi $\nabla_\mu(R^{\mu\nu} - \frac{1}{2}Rg^{\mu\nu}) = 0$. En intégrant cette dernière équation, on constate qu'il est possible de rajouter un terme proportionnel au tenseur métrique $g^{\mu\nu}$. En effet, on a toujours $\nabla_\nu g^{\mu\nu} = 0$. La forme la plus générale des équations de la Relativité Générale est donc:

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}Rg_{\mu\nu} + \Lambda g_{\mu\nu} = kT_{\mu\nu}, \tag{4.92}$$

où Λ est la constante cosmologique. Les mesures actuelles des Supernovae lointaines tendent à prouver que l'énergie dans le vide n'est pas nulle, et pourrait correspondre à une constante cosmologique. En effet, ces mesures et d'autres montrent que l'Univers est dans une phase d'expansion qui est accélérée.

Or, si l'on reprend les équations de la Relativité Générale, et qu'on place la partie contenant Λ du côté du tenseur énergie-impulsion et qu'on interprête le terme $-\Lambda g_{\mu\nu}$ comme un terme d'énergie-impulsion homogène et isotrope, on trouve qu'il correspond à un fluide très particulier qui a une densité d'énergie positive et une pression négative. Ce fluide qui remplit tout l'Univers de manière homogène permet d'expliquer la phase d'accélération de l'Univers. La pression négative permet l'expansion accélérée de l'Univers. Ce fluide a reçu, à cause de sa propriété inconnue jusqu'alors de pression négative, le nom de quintessence ou cinquième élément. C'est aussi ce que l'on nomme l'énergie noire.

Si Λ est une vraie constante, le rapport pression sur densité du fluide de quintessence devrait être égale à -1. Il se trouve que les mesures actuelles donnent un rapport pression sur densité de < -0.8.

Les mesures réalisées d'après le CMB montre que l'Univers est plat c'est-à-dire que

$$\Omega = \frac{\rho}{\rho_c} = 1$$

où ρ est la densité totale d'énergie-matière de l'Univers et ρ_c est la densité critique qui correspond à un Univers plat. Les mesures sur les Supernovae combinées au fait que l'on sait que l'Univers est plat indique que 70% de la densité d'énergie-matière de l'Univers est de l'énergie noire. Les 30% restant sont les 25% de matière noire non baryonique et les 5% de matière baryonique (il est à noter que sur ces 5%, la matière visible sous forme d'étoiles ne représente qu'un dixième!).

Qu'est-ce que l'énergie noire? Si on la décrit par un champs scalaire, à quel particule correspond-il? Cela reste mystérieux. De plus, comme nous l'avons déjà dit dans le chapitre sur la brisure de supersymétrie, si cette énergie correspond à l'énergie du vide, comment obtenir le bon vide? A l'heure actuelle, aucune théorie ne peut prédire la valeur de la constante[18] cosmologique, donc aucune théorie ne possède le véritable état de vide. C'est le grand défi contemporain. La "Théorie du Tout" ne pourra être que la théorie qui prédit la valeur de l'énergie noire.

18. On utilise le mot constante par habitude mais comme on l'a vu il se pourrait que cette constante n'en soit pas une.

Bibliographie

[1] S. Eidelman *et al.* [Particle Data Group Collaboration], "*Review of particle physics,*" Phys. Lett. B **592** (2004) 1.

[2] G. Altarelli, "*The electroweak interactions in the standard model and beyond,*" arXiv:hep-ph/0406270.

[3] W. J. Marciano, "*Precision electroweak measurements and the Higgs mass,*" eConf **C040802** (2004) L009 [arXiv:hep-ph/0411179].

[4] R. N. Mohapatra, "*Unification And Supersymmetry. The Frontiers Of Quark - Lepton Physics,*" New York, USA: Springer (2003) 421 p.

[5] Y. Ashie *et al.* [Super-Kamiokande Collaboration], "*Evidence for an oscillatory signature in atmospheric neutrino oscillation,*" Phys. Rev. Lett. **93** (2004) 101801 [arXiv:hep-ex/0404034].

[6] G. Brooijmans, "*Searches for new physics,*" arXiv:hep-ex/0410082.
J. R. Ellis, "*Summary of ICHEP 2004,*" arXiv:hep-ph/0409360.

[7] The LEP ElectroWeak Working Group, http://lepewwg.web.cern.ch/LEPEWWG/.

[8] T. Hambye and K. Riesselmann, "*SM Higgs mass bounds from theory,*" arXiv:hep-ph/9708416.

[9] J. R. Ellis and D. Ross, "*A light Higgs boson would invite supersymmetry,*" Phys. Lett. B **506** (2001) 331 [arXiv:hep-ph/0012067].

[10] M. S. Chanowitz, "*The direct limit on the Higgs mass and the SM fit,*" arXiv:hep-ph/0304199.

[11] R. Barbieri and A. Strumia, "*The 'LEP paradox',*" arXiv:hep-ph/0007265.

[12] M. Schmaltz, "*Physics beyond the standard model (Theory): Introducing the little Higgs,*" Nucl. Phys. Proc. Suppl. **117** (2003) 40 [arXiv:hep-ph/0210415].

[13] C. Csaki, "*Higgsless electroweak symmetry breaking,*" arXiv:hep-ph/0412339.

[14] M. Battaglia, A. De Roeck, J. R. Ellis, F. Gianotti, K. A. Olive and L. Pape, "*Updated post-WMAP benchmarks for supersymmetry,*" Eur. Phys. J. C **33** (2004) 273 [arXiv:hep-ph/0306219].

[15] J. R. Ellis, "*Supersymmetry for Alp hikers,*" arXiv:hep-ph/0203114.

[16] A. Deandrea, J. Welzel and M. Oertel, "$K \to \pi\nu\bar{\nu}$ *from standard to new physics,*" JHEP **0410** (2004) 038 [arXiv:hep-ph/0407216].

[17] R. Barbier *et al.*, "*R-parity violating supersymmetry,*" arXiv:hep-ph/0406039.

[18] H. Minakata and H. Sugiyama, "*Double beta decay constraints on neutrino masses and mixing: Reanalysis with KamLAND data,*" Phys. Lett. B **567** (2003) 305 [arXiv:hep-ph/0212240].

[19] J. R. Ellis, "*Limits of the standard model,*" arXiv:hep-ph/0211168.

[20] A. Cervera, A. Donini, M. B. Gavela, J. J. Gomez Cadenas, P. Hernandez, O. Mena and S. Rigolin, "*Golden measurements at a neutrino factory,*" Nucl. Phys. B **579** (2000) 17 [Erratum-ibid. B **593** (2001) 731] [arXiv:hep-ph/0002108].

[21] J. Bouchez, M. Lindroos and M. Mezzetto, "*Beta beams: Present design and expected performances,*" AIP Conf. Proc. **721** (2004) 37 [arXiv:hep-ex/0310059].

[22] J. R. Ellis, J. Hisano, M. Raidal and Y. Shimizu, "*A new parametrization of the seesaw mechanism and applications in supersymmetric models,*" Phys. Rev. D **66** (2002) 115013 [arXiv:hep-ph/0206110].

[23] J. R. Ellis, J. Hisano, S. Lola and M. Raidal, "*CP violation in the minimal supersymmetric seesaw model,*" Nucl. Phys. B **621** (2002) 208 [arXiv:hep-ph/0109125].

[24] J. R. Ellis, J. Hisano, M. Raidal and Y. Shimizu, "*Lepton electric dipole moments in non-degenerate supersymmetric seesaw models,*" Phys. Lett. B **528** (2002) 86 [arXiv:hep-ph/0111324].

[25] D. F. Carvalho, J. R. Ellis, M. E. Gomez, S. Lola and J. C. Romao, "*Tau flavour violation in sparticle decays at the LHC,*" arXiv:hep-ph/0206148.

[26] J. R. Ellis and M. Raidal, "*Leptogenesis and the violation of lepton number and CP at low energies,*" Nucl. Phys. B **643** (2002) 229 [arXiv:hep-ph/0206174].

[27] J. R. Ellis, "*Sneutrino inflation,*" Nucl. Phys. Proc. Suppl. **137** (2004) 190 [arXiv:hep-ph/0403247].

[28] J. R. Ellis, M. Raidal and T. Yanagida, "*Sneutrino inflation in the light of WMAP: Reheating, leptogenesis and flavor-violating lepton decays,*" Phys. Lett. B **581** (2004) 9 [arXiv:hep-ph/0303242].

[29] L. J. Hall and Y. Nomura, "*Gauge coupling unification from unified theories in higher dimensions,*" Phys. Rev. D **65** (2002) 125012 [arXiv:hep-ph/0111068].

[30] J. R. Ellis, "*Beyond the standard model for hillwalkers,*" arXiv:hep-ph/9812235.

[31] J. R. Ellis, "*Supersymmetry for Alp hikers,*" arXiv:hep-ph/0203114.

[32] H. P. Nilles, M. Olechowski and M. Yamaguchi, "*Supersymmetry breakdown at a hidden wall,*" Nucl. Phys. B **530** (1998) 43 [arXiv:hep-th/9801030].

[33] L. Randall and R. Sundrum, "*A large mass hierarchy from a small extra dimension,*" Phys. Rev. Lett. **83** (1999) 3370 [arXiv:hep-ph/9905221].

[34] C. Csaki, "*Extra dimensions and branes*," arXiv:hep-ph/0404096.

[35] L. Randall and R. Sundrum, "*Out of this world supersymmetry breaking,*" Nucl. Phys. B **557** (1999) 79 [arXiv:hep-th/9810155].

Bibliographie générale

Modèle Standard et brisure électrofaible

• Le cours à cette école de Gif 2004 de D.Treille : *Le Modèle Standard.*

• S. Weinberg, "*The quantum theory of fields. Vol. 2: Modern applications,*" (Cambridge Univ. Press, Cambridge, UK) (1996).

• J.M.Frère, "*La théorie électrofaible et au-delà*", 22ème école Joliot-Curie de Physique nucléaire 2003, "Interaction faible et noyau : l'histoire continue....", p27.

• C. T. Hill and E. H. Simmons, "*Strong dynamics and electroweak symmetry breaking,*" Phys. Rept. **381** (2003) 235 [Erratum-ibid. **390** (2004) 553] [arXiv:hep-ph/0203079].

• E. Witten, "*When symmetry breaks down,*" Nature **429** (2004) 507.

Supersymétrie :

• S. P. Martin, "*A supersymmetry primer,*" arXiv:hep-ph/9709356.

• G. L. Kane, "*Weak scale supersymmetry: A top-motivated-bottom-up approach,*" arXiv:hep-ph/0202185.

• M. F. Sohnius, "*Introducing Supersymmetry,*" Phys. Rept. **128** (1985) 39.

• A.Deandrea, "*Interactions électrofaibles et introduction à la supersymétrie*", disponible à l'adresse : http://deandrea.home.cern.ch/deandrea/seminars/ew.ps

• *Supersymmetry for alp hikers*, J. R. Ellis, [15].

Physique des neutrinos :

• W. Buchmuller, "*Neutrinos, grand unification and leptogenesis,*" arXiv:hep-ph/0204288.

• J. R. Ellis, "*Particle physics and cosmology,*" arXiv:astro-ph/0305038.

• J.R.Ellis, "*Limits of the standard model*", [19].

• S. F. King, "*Neutrino mass models,*" Rept. Prog. Phys. **67** (2004) 107 [arXiv:hep-ph/0310204].

• M. C. Gonzalez-Garcia and Y. Nir, "*Developments in neutrino physics,*" Rev. Mod. Phys. **75** (2003) 345 [arXiv:hep-ph/0202058].

• D.Vignaud, "*Comment la masse vint aux neutrinos*", 22ème école Joliot-Curie de Physique nucléaire 2003, Interaction faible et noyau : l'histoire continue...., p289.

Grande Unification, supergravité, théories des cordes

• T. P. Cheng and L. F. Li, "*Gauge Theory Of Elementary Particle Physics,*" (Oxford Science Publications, Clarendon Press, Oxford, UK) (1984).

• G. G. Ross, "*Grand Unified Theories,*" (Frontiers In Physics, Benjamin/Cummings, Reading, USA) (1984).

• R.N.Mohapatra, "*Unification and supersymmetry*", [4].

•J. R. Ellis, "*Beyond the standard model for hillwalkers*", [30]

• J. R. Ellis, "*Supersymmetry for Alp hikers,*" [15].

• M. Kaku, "*Introduction to superstrings and M-theory,*" (Springer, New York, USA) (1999).

• J. Wess and J. Bagger, "*Supersymmetry and supergravity,*" (Princeton Univ. Press, Princeton, USA) (1992).

• S. Weinberg, "*The quantum theory of fields. Vol. 3: Supersymmetry,*" (Cambridge Univ. Press, Cambridge, UK) (2000) 419.

• D. Bailin and A. Love, "*Supersymmetric gauge field theory and string theory,*" (Graduate student series in physics, IOP, Bristol, UK) (1994).